

**IB 124-2002/09**

**Numerische Untersuchung zweidimensionaler,  
laminar-turbulenter Profilumströmungen und der  
Auswirkung der Transition auf integrale Kraftbeiwerte**

**Katrin Opitz**

Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V.  
Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik  
Abteilung Numerische Verfahren  
Lilienthalplatz 7, D-38108 Braunschweig

Stufe der Zugänglichkeit: I

Braunschweig, März 2002

Institutsdirektor:  
Prof. Dr.-Ing. H. KÖRNER

Verfasser:  
cand.-Ing. K. OPITZ  
Betreuer: Dr. A. KRUMBEIN

Abteilungsleiter:  
Dr.-Ing. N. KROLL

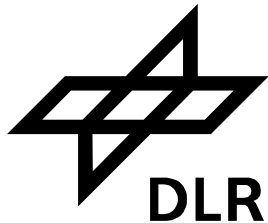
Bericht enthält:  
130 Seiten  
300 Bilder  
09 Literaturstellen

## Summary

Die vorliegende Arbeit ist das Ergebnis eines Praxissemesters und wurde als Studienarbeit an der FH Wolfenbüttel veröffentlicht.

Untersucht wird der Einfluß der Parameter der künstlichen Dissipation auf die Simulation des laminar-turbulenten Übergangs. Die Untersuchungen wurden mit dem DLR Navier-Stokes-Löser FLOWer am 2-dimensionalen AS B-Profil durchgeführt, in dem der laminar-turbulente Übergang hier durch Punkttransition modelliert wurde.

Die Auswirkungen einer Reihe von Parametern zur Steuerung der künstlichen Dissipation wurden in  $c_f$ - und  $c_p$ -Verteilungen, in  $c_a$ - und  $c_w$ -Werten und im Konvergenzverhalten der jeweiligen Rechnungen untersucht und aufgezeichnet.



**DLR**    **Deutsches Zentrum  
für Luft- und Raumfahrt e.V.**

Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik  
Abteilung Numerische Verfahren

## **Studienarbeit**

Thema:

Numerische Untersuchung zweidimensionaler, laminar-  
turbulenter Profilumströmungen und der Auswirkung der  
Transition auf integrale Kraftbeiwerte

Name:                      Katrin Opitz  
Matrikelnummer:        9988149

Betreuer:                Dr. Andreas Krumbein  
Hochschulprofessor:   Prof. Dr. Siegfried Jetzke

Braunschweig, den 20.02.2002

# INHALTSVERZEICHNIS

<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Numerische Strömungssimulation	1
1.2 Strömungslöser FLOWer	2
1.3 Laminar-turbulente Transition	2
1.4 Problemstellung	4
<b>2 Grundlagen</b>	<b>6</b>
2.1 Grundgleichungen	6
2.2 Diskretisierung	7
2.3 Künstliche Dissipation	8
2.4 Iteration	10
2.5 Beschleunigungsverfahren	10
2.6 Turbulenzmodelle	12
2.6.1 Baldwin-Lomax – Modell	12
2.6.2 Spalart-Allmaras – Modell	13
2.6.3 Wilcox $k-\omega$ – Modell	13
2.7 Rechennetze	14
2.8 Anfangsbedingungen	15
2.9 Künstliche Viskositätsparameter	15
<b>3 Ergebnisse</b>	<b>17</b>
3.1 Testrechnungen	17
3.2 Preconditioning	20
3.3 Suche nach Basiseinstellungen	22
3.3.1 ZETA = 0,666	23
3.3.1.1 EPSXYZ = 0,0	23
3.3.1.2 EPSXYZ = 0,2	23
3.3.1.3 Vergleich zwischen EPSXYZ = 0,0 und EPSXYZ = 0,2 für ZETA = 0,666	23
3.3.2 ZETA = 0,5	24
3.3.2.1 EPSXYZ = 0,0	24
3.3.2.2 EPSXYZ = 0,2	24
3.3.2.3 Vergleich zwischen EPSXYZ = 0,0 und EPSXYZ = 0,2 für ZETA = 0,5	24
3.3.3 Vergleich von ZETA = 0,5 und ZETA = 0,666 bei gleicher Einstellung von EPSXYZ	25
3.4 Untersuchung des Einflusses der Viskositätsparameter	25
3.4.1 RVIS 2	25
3.4.2 RVIS 4	27



<b>3.5 Einfluss des Residuumlättens</b>	<b>30</b>
3.5.1 Variation von ZETA bei ISMOO = 0	32
3.5.2 Variation von ZETA bei ISMOO = 2	36
3.5.3 Vergleich des Einflusses des Residuumlättens	38
<b>4 Zusammenfassung</b>	<b>40</b>
<b>Anhang</b>	<b>A-1</b>

# 1 Einführung

In der vorliegenden Arbeit werden Untersuchungen unter Verwendung des DLR Navier-Stokes-Lösers FLOWer durchgeführt, der dabei zur numerischen Simulation der Umströmung eines zweidimensionalen Tragflügelprofils eingesetzt wird.

## 1.1 Numerische Strömungssimulation

Die numerische Strömungssimulation wird zusammen mit Flugversuchen und Experimenten im Windkanal zur Auslegung von Flugzeugen durchgeführt. Im englischen Sprachraum wird für die numerische Strömungssimulation die Abkürzung CFD benutzt, welche für Computational Fluid Dynamics steht. In der numerischen Strömungssimulation kann im Gegensatz zur physikalischen Simulation im Windkanal die Originalgröße des Fluggerätes simuliert werden. Da bei den Experimenten im Windkanal ein größenreduziertes Modell des Fluggerätes verwendet wird, müssen die gemessenen Daten anschließend auf das Original hochgerechnet werden. Dies stellt eine Fehlerquelle dar, die bei der numerischen Simulation entfällt. Auch werden durch Aufhängung des Modells oder Sensoren die Meßergebnisse beeinflusst. Zudem ist der Bau von Modellen teuer, und man muß vorher genau wissen, welche Messungen man durchführen will und erhält anschließend die entsprechenden Daten. Ein Windkanal muß für viel Geld gemietet werden, und die Zeit der Voranmeldung ist lang. Für den Flugversuch muß ein Fluggerät gebaut werden, was enorm teuer und aufwendig ist, besonders bei späteren Änderungen des Fluggerätes. Bei der numerischen Strömungssimulation kann man sich auch zu einem beliebigen Zeitpunkt nach Fertigstellung der Rechnung das Strömungsfeld um das berechnete Objekt anschauen, was z.B. für die Wirbelschleppenproblematik von hoher Bedeutung ist. Bei der physikalischen Simulation ist dies nicht möglich.

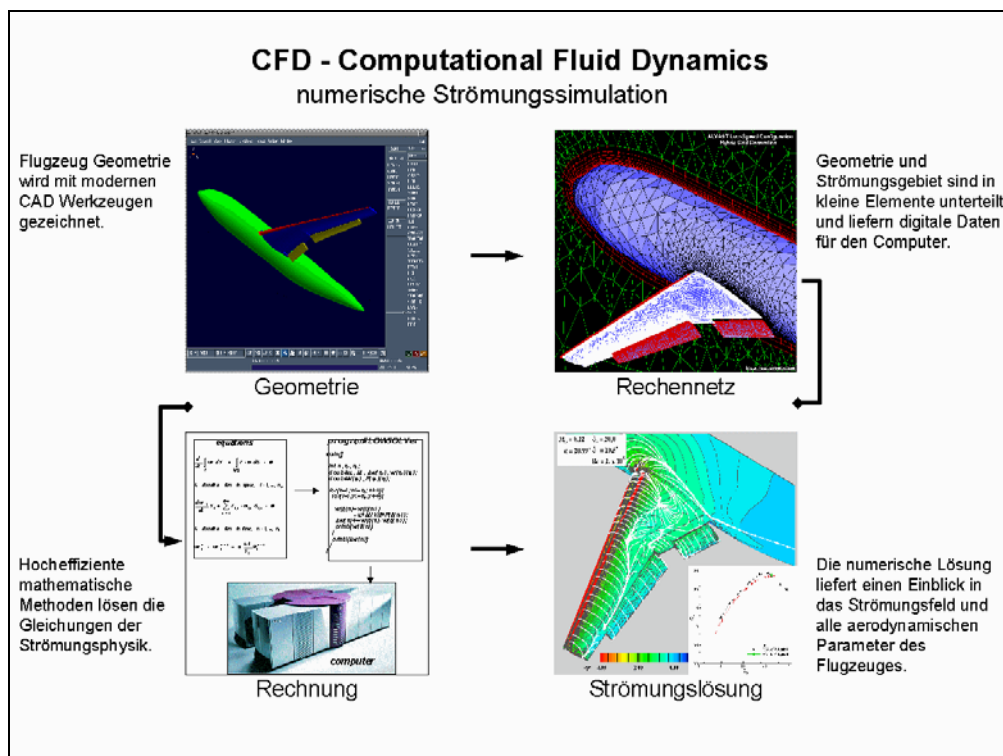


Abbildung 1: CFD Kreislauf

– Quelle: MEGAFLOW-CD übersetzt von Katrin Opitz

Das Anwendungsgebiet von Computational Fluid Dynamics ist sehr breit gefächert. Es umfaßt z.B. die Aerodynamik, Hydrodynamik und Gasdynamik. Eine typische Anwendungsaufgabe ist die Optimierung der Kontur eines Strömungskörpers und die daraus resultierende Reduktion des Widerstandes. CFD wird z.B. in der Luft- und Raumfahrt, in der Automobilindustrie und im Schiffsbau eingesetzt.

## 1.2 Strömungslöser FLOWer

Der Strömungslöser FLOWer ist ein Programmsystem zur numerischen Strömungssimulation. Es löst die kompressiblen, dreidimensionalen Reynolds-gemittelten Navier-Stokes Gleichungen. Basierend auf der englischen Übersetzung Reynolds averaged Navier-Stokes equations, werden diese Gleichungen als RANS-Gleichungen bezeichnet.

FLOWer [1] wurde im Rahmen des deutschen Verbundvorhabens MEGAFLOW und der DLR-Projekte MEGAFLOW I und II in enger Zusammenarbeit mit verschiedenen Universitäten und der deutschen Luftfahrtindustrie entwickelt.

Die Aufgabe des FLOWer-Codes ist die effiziente und genaue Simulation der Umströmung von kompletten Flugzeugen für Reiseflug- sowie Start-/Landekonfigurationen. Das Programm kann aber auch für viele andere Aufgaben benutzt werden, wie z.B. für Hubschrauber im Schwebeflug und Vorwärtsflug, sowie zur Gestaltung von Flügelprofilen oder ganzen Tragflächen. FLOWer ist optimiert für transsonische Strömungen, wobei Geschwindigkeiten um eine Machzahl  $Ma \approx 1$  im Strömungsfeld dominieren. Ein Beispiel dafür ist ein Flugzeug im Reiseflug, das mit Unterschallgeschwindigkeit von rund  $Ma = 0,8$  fliegt, dabei können aber auf den Tragflächen lokale Überschallgebiete ( $Ma > 1$ ) entstehen.

## 1.3 Laminar-turbulente Transition

Die Aufgabenstellung dieser Arbeit hängt wesentlich mit den Phänomenen der laminar-turbulenten Transition zusammen.

Als laminar-turbulente Transition wird der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung bezeichnet. Unter laminarer Strömung versteht man i.a., dass die Fluidpartikel im Strömungsfeld sich auf zueinander geordneten Bahnen bewegen. Als turbulent bezeichnet man eine Strömung, bei der die Fluidpartikel und alle Strömungsgrößen hochfrequenten Schwankungen unterworfen sind, wobei die Strömung stark durchmischt wird.

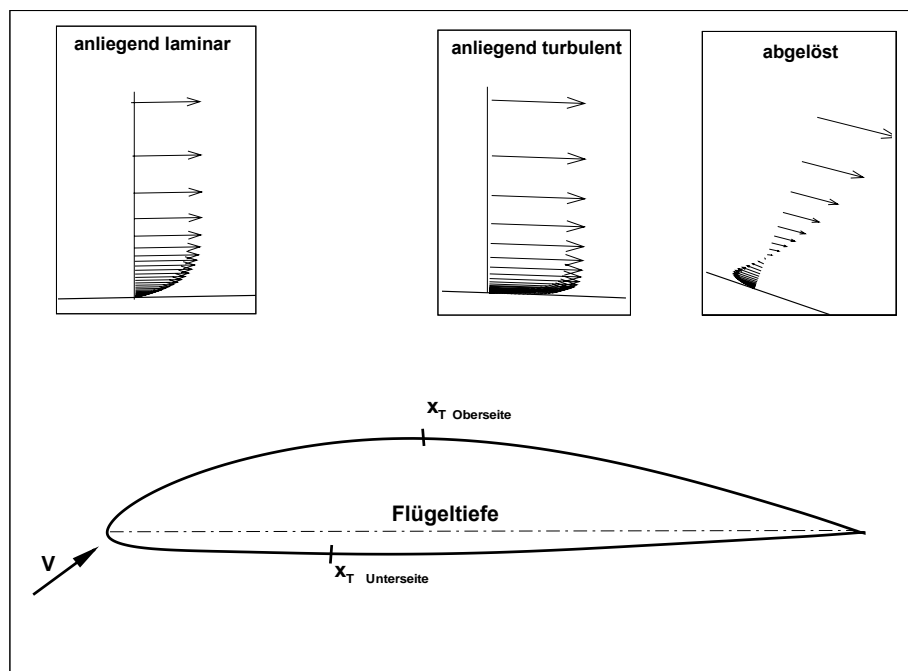


Abbildung 2: Geschwindigkeitsvektoren und gesetzte Transitionspunkte

Der Punkt an einem Profil, an dem der Transitionsvorgang beginnt,  $x_T$ , und der Bereich der Transition hängen von unterschiedlichen Parametern ab. Es gilt:

$$x_T = x_T(\rho_\infty, V_\infty, \mu_\infty, \text{Rauhigkeit}, \text{Körperform}, \dots)$$

Einer dieser Parameter ist z.B. die kritische Reynolds-Zahl,

$$\text{Re}_{x_{kr}} = \frac{\rho_{\infty} \cdot V_{\infty} \cdot x_{kr}}{\mu_{\infty}}, \quad (1)$$

mit  $x_{kr} = x_T$ . Für laminare Strömungen oder Strömungsbereiche gilt

$$\text{Re}_x < \text{Re}_{x_{kr}},$$

für transitionelle und turbulente Strömungen oder Strömungsbereiche gilt

$$\text{Re}_x \geq \text{Re}_{x_{kr}}.$$

Der Transitionsvorgang äußert sich sehr prägnant im Verlauf der Wandschubspannung. Der  $c_f$ -Verlauf ist im Bereich laminarer Strömung durch ein stetiges Sinken der  $c_f$ -Werte von der Profilhase bis zu einem lokalen Minimum gekennzeichnet. Im Transitionsbereich steigt die  $c_f$ -Verteilung von diesem lokalen Minimum bis zu einem lokalen Maximum an. Der Bereich der voll turbulenten Strömung beginnt nach Erreichen des Maximums. Der Bereich zwischen lokalem Minimum und lokalem Maximum ist der Transitionsbereich.

Im FLOWer-Code gibt es eine Methode zur Modellierung der laminar-turbulenten Transition, die hier näher beschrieben wird.

Die Wirbelviskosität  $\mu_t$  ist die Haupteinflussgröße, die die Auswirkung der Turbulenz im Strömungsfeld charakterisiert. Da sie in laminaren Gebieten nicht existiert, wird sie dort einfach ausgeschaltet. Dieses Ausschalten erfolgt schlagartig. Der schlagartige Übergang von laminar zu turbulent wird durch die Art des Setzens der Transition modelliert. Die Formel

$$\mu_t^{\text{Code}} = f \lg_{\mu_t} \mu_t^{\text{TM}} \quad (2)$$

gibt an, wie die Wirbelviskosität bestimmt wird, die an einem bestimmten Punkt im Rechnernetz verwendet wird.  $\lg_{\mu_t}$  ist dabei ein Schalter, der angibt ob, an dem bestimmten Punkt die Wirbelviskosität auftritt oder nicht. Dabei kann der Schalter nur die Werte 0 und 1 annehmen,  $\lg_{\mu_t} = 0$  bedeutet, dass keine Wirbelviskosität an dem Punkt vorhanden ist. Der Wert  $\mu_t^{\text{TM}}$ , wie vom Turbulenzmodell vorgegeben, wird zur Berechnung der Wirbelviskosität an dem bestimmten Punkt des Rechnernetzes verwendet, für den Fall, dass der Schalter angeschaltet ist.

Im Rahmen der Transitionsmodellierung werden laminare und turbulente Bereiche erzeugt. Beim Starten des Codes werden alle Punkte des Rechnernetzes als turbulent initialisiert und im nachhinein werden bestimmte Punkte – alle Punkte bis zu den gesetzten Transitionspunkten – im Strömungsfeld als laminar zurück gesetzt.

Durch das Setzen der Transitionspunkte  $x_T$  für die Ober- und Unterseite wird das Strömungsfeld unterteilt, so dass laminare Bereiche in einem turbulenten Rest des Strömungsfeldes entstehen. Die laminaren Bereiche sind gegenüber dem turbulenten Rest durch scharfe Grenzen getrennt.

Durch das Gesagte wird der scharfe Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung besonders deutlich. Diese Art der Transitionsmodellierung wird häufig als Punkttransition bezeichnet.

Diese Art der Transitionsmodellierung basierend auf einer Unstetigkeit, läßt eine schlagartige Reaktion der Rechnung im Bereich des gesetzten Transitionspunktes erwarten. In den von FLOWer berechneten physikalischen Größen sollten im Bereich der Transitionspunkte  $x_T$  schlagartige Änderungen erkennbar sein.

Die von FLOWer gelieferten Ergebnisse zeigen jedoch ein anderes Verhalten des Codes. Die Auswirkungen der Transitionsmodellierungen sind nicht wie erwartet auf einen kleinen Bereich beschränkt. Die berechneten physikalischen Größen zeigen keine schlagartigen Änderungen, sondern verlaufen in einem deutlich ausgeprägten, offenbar künstlich simulierten Transitionsbereich kontinuierlich.

Es wird vermutet, dass dieser Verschmierungseffekt auf den Eigenschaften der künstlichen Dissipation beruht, die in den diskretisierten Gleichungen, die FLOWer löst, enthalten ist.

Die Tatsache, dass der durch die Simulation abgebildete Transitionsbereich nicht an der Stelle  $x_T$  beginnt, die durch die Eingabe dem Code vorgegeben war, sondern an einer stromauf sich befindenden Stelle der Profilkontur, deutet auf eine starke Stromaufwirkung hinsichtlich der Transitionsmodellierung im FLOWer-Code hin. Die Untersuchung dieser Stromaufwirkung ist die Hauptaufgabe dieser Arbeit. Die aerodynamischen Parameter, z.B. Anstellwinkel  $\alpha$  und Machzahl werden nicht verändert.

## 1.4 Problemstellung

Die oben geäußerte Annahme hinsichtlich des Verschmierungseffekts zu verifizieren und die Eigenschaften der künstlichen Dissipation in FLOWer zu untersuchen und deren Auswirkung durch systematische Änderung der künstlichen Dissipationsparameter zu quantifizieren, ist die Aufgabe dieser Arbeit.

Die Untersuchung wird an einem subsonischen zweidimensionalen Tragflügelprofil durchgeführt.

Bei dem verwendeten zweidimensionalen Tragflügelprofil handelt es sich um das AS-B – Profil von der französischen Firma Aérospatiale Matra S.A. Die Transitionsunkte wurden auf der Ober- bzw. Unterseite verschieden gesetzt. Auf der Oberseite des Profils wurde der Transitionsunkt bei 42% der Profillänge und auf der Unterseite bei 30% der Profillänge gesetzt.

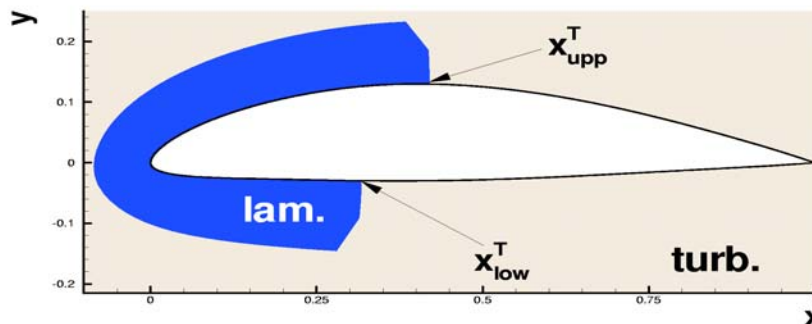


Abbildung 3: AS-B Profil mit gesetzten Transitionsunkten und einer begrenzten laminaren Zone

– Quelle: MEGAFLOW-CD

Dies sind die Transitionsunkte, die in einem Experiment für dieses Profil mit den verwendeten aerodynamischen Parametern ( $Ma$ ,  $\alpha$ ) angegeben wurden. Für die durchgeführten Rechnungen wurden die folgenden aerodynamischen Parameter

Machzahl	$Ma = 0,15$	,
Anstellwinkel	$\alpha = 7^\circ$	und
Reynolds-Zahl	$Re = 2,0 \cdot 10^6$	

vorgegeben.

Bei diesem Tragflügelprofil handelt es sich um eine einfache Konfiguration ohne Klappen, es weist die maximale Dicke relativ weit hinten auf (ca. bei 39,5% der Profiltiefe).

In der Druckverteilung, repräsentiert durch die  $c_p$ -Verteilung, und in der Wandschubspannungsverteilung, repräsentiert durch die  $c_\tau$ -Verteilung, sind auf beiden Seiten des Tragflügelprofils verschiedene Phänomene sichtbar, wie z.B. ein S-Schlag in der Druckverteilung im Bereich der gesetzten Transition. Ein sogenannter S-Schlag ist eine Störung im Verlauf der Druckverteilung,

dieses Verhalten zeigt sich im Bereich der gesetzten Transition. Diese Phänomene sind bei dem hier untersuchten Fall grundsätzlich auf der Oberseite des Profils deutlicher ausgeprägt. Die Skalierung der Druckverteilung ist zur besseren Anschaulichkeit umgekehrt, somit sind die negativen Werte oben und die positiven unten. Damit ist die Druckverteilung auf der Oberseite des Tragflügelprofils graphisch im oberen Bereich des Diagramms, die Druckverteilung auf der Unterseite im unteren Bereich dargestellt.

## 2 Grundlagen

Im Folgenden sollen die Grundlagen zum Verständnis des Verfahrens gelegt werden, deshalb sind als erstes die wichtigsten Gleichungen aufgeführt, und es werden Erklärungen zu einigen Begriffen und Verfahren gegeben. Es wird auch etwas zu den für die Studienarbeit ausgewählten Turbulenzmodellen gesagt.

### 2.1 Grundgleichungen

Die Formulierung

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \underline{w} dV + \int_{S(V)} \underline{F} \cdot \underline{n} dS = \underline{0} \quad (3)$$

stellt eine im Bereich CFD übliche Notation der Navier-Stokes-Gleichungen dar, wobei  $V$  ein beliebig geformtes raumfestes Kontrollvolumen und  $S(V)$  dessen Oberfläche bedeuten und das Tupel der konservativen Variablen  $\underline{w}$ , der Vektor der äußeren Flächennormalen  $\underline{n}$  und das Flußdichtevektortupel  $\underline{F}$  für zweidimensionale Probleme in kartesischen Koordinaten folgende Form annehmen,

$$\underline{w} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho E]^T, \quad (4)$$

$$\underline{n} = [n_x, n_y] \quad \underline{e}_k = [n_x, n_y] [\underline{e}_x, \underline{e}_y]^T = n_x \underline{e}_x + n_y \underline{e}_y, \quad (5)$$

$$\underline{F} = \underline{F}^k - \underline{F}^v = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v v + p \underline{e}_k \\ (\rho E + p) v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{S} \cdot \underline{e}_k \\ \underline{S} \cdot \underline{v} - \underline{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v + p \underline{e}_x \\ \rho v v + p \underline{e}_y \\ \rho E v + p v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{S} \cdot \underline{e}_x \\ \underline{S} \cdot \underline{e}_y \\ \underline{S} \cdot \underline{v} - \underline{q} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Es sind hierin  $\rho$  die Dichte,  $u$  und  $v$  die Vektor-Koeffizienten des Geschwindigkeitsvektors  $\underline{v} = [u, v] \underline{e}_k$ ,  $E$  die spezifische Totalenergie mit  $E = e + \frac{1}{2} \underline{v} \cdot \underline{v}$ , wobei  $e$  die spezifische innere Energie bedeutet,  $p$  der Fluiddruck,  $\underline{q}$  der Wärmeflußvektor, der unter Berücksichtigung des Fourierschen Wärmeleitgesetzes mit der Temperatur  $T$ , dem Wärmeleitkoeffizienten  $K$  und dem Nabla-Operator  $\nabla$ , der in diesem Fall durch  $\nabla = \underline{\nabla}^T \underline{e}_k = [\partial/\partial x, \partial/\partial y] \underline{e}_k$  dargestellt werden kann, die Form

$$\underline{q} = -K \nabla T \quad (7)$$

erhält, und  $\underline{S}$  der Tensor der Reibungsspannungen, der sich gemäß des Newtonschen Materialgesetzes mit der Viskosität  $\mu$  allgemein durch

$$\underline{S} = 2\mu \left( \frac{1}{2} (\nabla \circ \underline{v} + \underline{v} \circ \nabla) - \frac{1}{3} \nabla \cdot \underline{v} \underline{E} \right) \quad (8)$$

-  $\underline{E}$  ist der Einheitstensor - und dessen Koeffizientenmatrix sich zweidimensional und kartesisch durch

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} = 2\mu \left( \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} - \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \right) \quad (9)$$

darstellt. Das Formelzeichen  $\cdot$  stellt dabei das Skalarprodukt, das Formelzeichen  $\circ$  das dyadische Produkt dar. Es sind damit die Bilanzgleichungen für Masse, Impuls und innere Energie eines

Newtonschen Fluids in Integralform dargestellt, wobei spezifische Massenkraften wie z.B. Gravitation auf der rechten Seite der Gleichung vernachlässigt wurden.

Für perfekte Gase stehen des weiteren mit dem Verhältnis der spezifischen Wärmen  $\kappa$  die thermische Zustandsgleichung

$$p = (\kappa - 1) \rho (E - \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}), \quad (10)$$

mit der speziellen Gaskonstanten  $R$ , die kalorische Zustandsgleichung

$$T = p/(\rho R) \quad (11)$$

und das Sutherlandgesetz als Viskositäts-Temperatur-Beziehung,

$$\mu(T) = \mu_0 (T/T_0)^{3/2} (T_0/T_S)/(T/T_S), \quad (12)$$

zur Verfügung. Bei einer Bezugstemperatur von  $T_0 = 273 \text{ K}$  wird für Luft die Sutherlandkonstante auf  $T_S = 123.6 \text{ K}$ , die Bezugsviskosität auf  $\mu_0 = 17.17 \cdot 10^{-6} \text{ Ns/m}^2$  und das Verhältnis der spezifischen Wärmen auf  $\kappa = 1.4$  gesetzt. Der Wärmeleitkoeffizient ist für Luft gegeben durch die Beziehung

$$K = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{\mu}{0.72}. \quad (13)$$

Für turbulente Strömungen oder turbulente Strömungsgebiete wird  $\mu$  durch  $\mu_g = \mu + \mu_t$  ersetzt und für  $K$  die Formel

$$K = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left( \frac{\mu}{0.72} + \frac{\mu_t}{0.9} \right) \quad (14)$$

angewendet.  $\mu_t$  ist hierbei die turbulente Viskosität, auch Wirbelviskosität genannt, die durch ein Turbulenzmodell bereitgestellt werden muß, womit die Navier-Stokes-Gleichungen in die Reynoldsgemittelten Navier-Stokes-Gleichungen übergehen.

## 2.2 Diskretisierung

Die Bilanzgleichungen in Integralform werden nun basierend auf einer Finite-Volumen-Methode räumlich diskretisiert. Dabei wird der Raumausschnitt, in dem die Strömung betrachtet wird, in eine endliche Menge überlappungsfreier Vierecke, sogenannte Zellen, aufgeteilt, die jede für sich ein eigenes Kontrollvolumen – im zweidimensionalen eine Kontrollfläche – darstellen. Die Bilanzgleichungen werden dann für jede Zelle notiert, wobei die einzelne Zelle und das dazugehörige Set von Bilanzgleichungen durch das Index-Tupel  $[i, j]$  identifizierbar ist. Dabei gibt der erste Index den Verlauf der Zellen um die Kontur der Konfiguration herum an, der zweite Index den Verlauf der Zellen senkrecht zur Kontur. Auch die Netzknoten selbst sind durch Index-Tupel identifizierbar, wobei die Durchlaufrichtungen der Netzknoten auf den Rechnernetzlinien denen der Zellen entsprechen. Eine Zelle  $[i, j]$  wird durch die Netzknoten  $(i, j)$ ,  $(i+1, j)$ ,  $(i, j+1)$ , und  $(i+1, j+1)$  definiert, wobei der Netzknoten  $(i, j)$  mit Bezugnahme auf die den Indizes zugeordneten Durchlaufrichtungen die linke, untere Ecke der Netzzelle  $[i, j]$  angibt. Die Zellflächen – im zweidimensionalen Zell-Seitenkanten – werden in der folgenden Weise gekennzeichnet, wobei der Index  $(\ell)$ ,  $\ell = i, j$ , angibt, dass der auf der Zell-Seitenkante senkrecht stehende Oberflächennormalenvektor in die Index-Richtung  $(\ell)$  zeigt bzw. dass ebendieser Vektor auf einer  $\ell$ -Linie senkrecht steht:

$$\begin{aligned} \text{Kante } K \text{ zwischen den Punkten } (i, j) \quad \text{und } (i+1, j): & \quad [K]_{i,j}^{(i)} \\ \text{Kante } K \text{ zwischen den Punkten } (i, j) \quad \text{und } (i, j+1): & \quad [K]_{i,j}^{(j)} \\ \text{Kante } K \text{ zwischen den Punkten } (i+1, j) \text{ und } (i+1, j+1): & \quad [K]_{i+1,j}^{(i)} \\ \text{Kante } K \text{ zwischen den Punkten } (i, j+1) \text{ und } (i+1, j+1): & \quad [K]_{i,j+1}^{(j)} \end{aligned}$$



Man gelangt zur folgenden Darstellung der Bilanzgleichungen für eine Zelle  $[i, j]$  in Form einer nunmehr gewöhnlichen Differentialgleichung,

$$\frac{dw_{i,j}}{dt} = - \frac{R_{i,j}}{V_{i,j}}, \quad i = 1, 2, \dots, N_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_j, \quad (15)$$

mit dem Zellvolumen  $V_{i,j}$ , das im zweidimensionalen eine Fläche ist, und dem sogenannten Residuum  $R_{i,j} = R_{i,j}^k - R_{i,j}^v$ . Die natürlichen Zahlen  $N_i$  und  $N_j$  geben jeweils die Anzahl von Zellen in  $i$ -Richtung und  $j$ -Richtung an.

Im FLOWer-Code wird ein Zell-Eckpunkt-Schema unter Verwendung zentraler Differenzen zur Approximation des Residuums angewendet, das an dieser Stelle in einer vereinfachten, nur das zum prinzipiellen Verständnis wesentliche enthaltenden Form angegeben wird – eine ausführliche Darstellung findet sich im Anhang - und für den konvektiven Anteil zu

$$\begin{aligned} R_{i,j}^k = & [Sn]_{i+1,j}^{(i)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i+1,j} + \underline{w}_{i+1,j+1}) \right) + [Sn]_{i+1,j-1}^{(i)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i+1,j-1} + \underline{w}_{i+1,j}) \right) + \\ & [Sn]_{i-1,j}^{(i)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i-1,j} + \underline{w}_{i-1,j+1}) \right) + [Sn]_{i-1,j-1}^{(i)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i-1,j-1} + \underline{w}_{i-1,j}) \right) + \\ & [Sn]_{i,j+1}^{(j)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i,j+1} + \underline{w}_{i+1,j+1}) \right) + [Sn]_{i-1,j+1}^{(j)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i-1,j+1} + \underline{w}_{i,j+1}) \right) + \\ & [Sn]_{i,j-1}^{(j)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i,j-1} + \underline{w}_{i+1,j-1}) \right) + [Sn]_{i-1,j-1}^{(j)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i-1,j-1} + \underline{w}_{i,j-1}) \right) \end{aligned} \quad (16)$$

führt, wobei sich die Indizes am Tupel der konservativen Variablen im konvektiven Flußdichtevektortupel auf Netzknoten beziehen, die Indizes  $\mu$  und  $\nu$  am nach außen gerichteten Oberflächenvektor  $[Sn]_{\mu,\nu}^{(\ell)}$  sich auf die Zellflächen der Zelle  $[\mu, \nu]$  beziehen und der Index  $(\ell)$  angibt, dass, wie oben geschildert,  $[Sn]_{\mu,\nu}^{(\ell)}$  in  $\ell$ -Richtung weist.

Zur Diskretisierung des viskosen Teils des Flußdichtevektortupels, bei dem eine weniger komplexe Art der Approximation auf Basis einer Hilfszelle um den Netzknoten  $(i, j)$  verwendet wird, wird an dieser Stelle auf das FLOWer Benutzer-Handbuch verwiesen.

## 2.3 Künstliche Dissipation

Da ein zentrales Diskretisierungsschema hochfrequente Oszillationen während des Lösungsprozesses nur sehr schlecht oder überhaupt nicht dämpft und damit zu einem instabilen Lösungsschema führt, werden künstliche Dissipationsterme  $D_{i,j}$  zur Stabilisierung eingeführt,

$$\frac{dw_{i,j}}{dt} = - \frac{R_{i,j}^k - R_{i,j}^v - D_{i,j}}{V_{i,j}}, \quad i = 1, 2, \dots, N_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_j, \quad (17)$$

wobei der dissipative Operator  $D_{i,j}$ ,

$$D_{i,j} = \underline{d}_{i+1/2,j} - \underline{d}_{i-1/2,j} + \underline{d}_{i,j+1/2} - \underline{d}_{i,j-1/2}, \quad (18)$$

mit  $\underline{d}_{i+1/2,j}$  als Beispiel für einen der vier auftretenden Terme,

$$\underline{d}_{i+1/2,j} = \alpha_{i+1/2,j} \{ \epsilon_{i+1/2,j}^{(2)} (\underline{w}_{i+1,j} - \underline{w}_{i,j}) - \epsilon_{i+1/2,j}^{(4)} (\underline{w}_{i+2,j} - 3\underline{w}_{i+1,j} + 3\underline{w}_{i,j} - \underline{w}_{i-1,j}) \}, \quad (19)$$

im wesentlichen durch eine Mischung aus 2. und 4. Differenzen der konservativen Variablen  $\underline{w}_{i,j}$  gebildet wird, die sich im praktischen Einsatz solcher Verfahren bewährt hat. Darin befinden sich die

adaptiven Koeffizienten  $\varepsilon_{i+1/2,j}^{(2)}$  und  $\varepsilon_{i+1/2,j}^{(4)}$ , die die künstliche Dissipation, hier für den Beispielterm, gemäß

$$\varepsilon_{i+1/2,j}^{(2)} = k^{(2)} \max(\gamma_{i+2,j}, \gamma_{i+1,j}, \gamma_{i,j}, \gamma_{i-1,j}) \quad \text{mit } \gamma_{i,j} = \frac{|p_{i+1,j} - 2p_{i,j} + p_{i-1,j}|}{|p_{i+1,j} + 2p_{i,j} + p_{i-1,j}|} \quad (20)$$

und

$$\varepsilon_{i+1/2,j}^{(4)} = \max(0, k^{(4)} - \varepsilon_{i+1/2,j}^{(2)}) \quad (21)$$

durch das Verhalten des Lösungsprozesses steuern. Die Faktoren  $k^{(2)}$  und  $k^{(4)}$  sind Skalierungsparameter, mit denen der Code-Benutzer die künstliche Dissipation geeignet regulieren kann. Es gilt  $k^{(2)} > k^{(4)}$ . Der Drucksensor  $\gamma_{i,j}$ , der im wesentlichen durch eine zweite Differenz der besonders sensitiven Strömungsgröße  $p$  festgelegt wird, ist in Strömungsbereichen mit starken Druckänderungen dominant und schaltet in diesen Bereichen am Punkt  $(i, j)$  den stark dämpfenden, künstlichen Dissipationsterm basierend auf 2. Differenzen ein. Der künstliche Dissipationsterm basierend auf 4. Differenzen ist dort ausgeschaltet. Ist der Drucksensor nicht aktiv, sind die Verhältnisse umgekehrt. Nur der schwach dämpfende Dissipationsterm basierend auf 4. Differenzen ist eingeschaltet.

Der Koeffizient  $\alpha_{i+1/2,j}$  wird so gewählt, dass die künstlichen Dissipationsterme geeignet gewichtet sind. Für den Beispielterm gilt

$$\alpha_{i+1/2,j} = \lambda_{i+1/2,j}^{(i)} \phi_{i+1/2,j}^{(i)} \quad (22)$$

mit

$$\lambda_{i+1/2,j}^{(\ell)} = \left| \mathbf{v} \cdot [\mathbf{Sn}]_{i+1/2,j}^{(\ell)} \right| + a_{i+1/2,j} \left\| [\mathbf{Sn}]_{i+1/2,j}^{(\ell)} \right\|, \quad \ell = i, j, \quad (23)$$

und

$$\phi_{i+1/2,j}^{(i)} = 1 + \left( \frac{\lambda_{i+1/2,j}^{(j)}}{\lambda_{i+1/2,j}^{(i)}} \right)^\zeta, \quad (24)$$

wobei  $a_{i+1/2,j}$  die lokale Schallgeschwindigkeit bedeutet. Der Term  $\lambda_{i+1/2,j}^{(\ell)}$  stellt sicher, dass immer ausreichend viel künstliche Dissipation in die jeweilige Koordinatenrichtung vorhanden ist. In Fällen stark gestreckter Netzzellen wird eine Überschätzung der künstlichen Dissipation in die jeweilige Koordinatenrichtung durch die Inbetrachtung des Zell-Seitenverhältnisses durch den Skalierungsfaktor  $\phi_{i+1/2,j}^{(\ell)}$  angepasst. Hierin ist  $\zeta$  ein weiterer Steuerungsparameter für den Code-Benutzer.

Die Kapitel 2.1 bis 2.3 sind im Anhang etwas ausführlicher beschrieben. Dabei handelt es sich hauptsächlich um weitere Informationen zu den Gleichungen und wie diese in FLOWer verwendet werden. Das im Anhang Geschriebene ist fast ausschließlich von Dr. Andreas Krumbein geschrieben worden.

## 2.4 Iteration

In FLOWer verwendet man ein explizites Iterationsverfahren in der Zeit zur Lösung der strömungsmechanischen Grundgleichungen, d.h. es werden die Ergebnisse des zuvor erfolgten Rechenschrittes als Anfangsbedingung für den nächsten benutzt. Das Iterationsverfahren wird durch ein Konvergenzkriterium beendet. Zu den Konvergenzkriterien zählen z.B. die Eingabe-Parameter RESTOL und FOTOL. RESTOL ist das Toleranz-Level für den Wert des Dichte-Residuums. Die Rechnung wird beendet, wenn der Fehler im Dichte-Residuum zwischen zwei Iterationsschritten kleiner als der in der Eingabe-Datei angegebene Wert von RESTOL wird. Das Dichte-Residuum  $\text{res}_\rho$  zu jedem Iterationsschritt  $n$  wird mit Hilfe der Formel

$$\text{res}_\rho(\tau^n) = \frac{1}{N_G} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_G} \left( \left[ \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right]_i (\tau^n) \right)^2} \quad (25)$$

berechnet.  $\tau$  wird als Pseudozeit bezeichnet, da im physikalischen Sinne bei stationären Rechnungen, die in dieser Arbeit ausschließlich durchgeführt werden, keine wirkliche Zeit existiert. Das normierte Dichte-Residuum ergibt sich aus

$$\text{res}_\rho^{\text{norm}} = \frac{\text{res}_\rho(\tau^n)}{\text{res}_\rho(\tau^1)}. \quad (26)$$

$\left[ \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right]_i$  ist die diskretisierte Approximation von  $\frac{\partial \rho}{\partial \tau}$  am Netzpunkt  $i$ ,  $N_G$  steht für die Anzahl aller Netzpunkte im Rechnernetz.

Im einfachsten Fall gilt

$$\left[ \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right]_i = \frac{\rho_i(\tau^n) - \rho_i(\tau^{n-1})}{\tau_i^n - \tau_i^{n-1}}. \quad (27)$$

Das Dichte-Residuum wird als Fehlermaß verwendet. FOTOL ist das analoge Toleranz-Level für die Kraftbeiwerte ( $c_a$  und  $c_w$ ).

Um überprüfen zu können, ob die Rechnung erfolgreich war, werden als erstes die Verläufe des Dichte-Residuums und die der Kraftbeiwerte betrachtet. Die Kraftbeiwerte sind der Auftriebsbeiwert  $c_a$  und Widerstandsbeiwert  $c_w$ .

Eine Rechnung, bei der das Dichte-Residuum kontinuierlich gesunken ist, wird als gut konvergiert angesehen. Die in der Studienarbeit durchgeführten Rechnungen wurden als ausreichend genau angesehen, wenn das Dichte-Residuum auf einen Wert von  $10^{-6}$  gesunken ist.

## 2.5 Beschleunigungsverfahren

Für stationäre Rechnungen gibt es im FLOWer-Code verschiedene Verfahren, um die Rechnung zu beschleunigen, damit sich der stationäre Endzustand schneller einstellt. Verwenden kann man u.a.

- das Mehrgitterverfahren und
- das implizite Residuenglätten.

Wenn man ein Mehrgitterverfahren (multi-grid-Verfahren) verwendet, kann man als Benutzer eine Reihe von Parameter ändern, um das Verhalten des Rechenverfahrens zu steuern. Dazu gehören z.B. die Parameter MAXLEV und ITYPE.

Mit dem Parameter MAXLEV bestimmt man u.a., ob man überhaupt das Mehrgitterverfahren anwendet. Der Parameter ist nach unten hin begrenzt durch die Einstellungen MAXLEV = 1 und nach

oben begrenzt durch die Zahl der maximal verfügbaren Netzlevel für die Rechnung. Der Parameter LEVEL gibt die Anzahl der maximal zur Verfügung stehenden Netzlevel an, Kapitel 2.7 Rechnernetze. Bei der Einstellung von MAXLEV = 1 wird eine single-grid-Rechnung statt einer Mehrgitter-Rechnung durchgeführt, das Mehrgitterverfahren ist ausgeschaltet. Ist die Einstellung größer als eins, wird immer ein Mehrgitterverfahren verwendet.

Der Parameter ITYPE bestimmt in welchem Muster die unterschiedlichen Netze durchlaufen werden. ITYPE = 1 bedeutet, dass ein V-Zyklus beschriftet wird. Bei der Einstellung ITYPE = 2 wird hingegen ein W-Zyklus durchlaufen. Die beiden Einstellungen für ITYPE sind in **Abbildung 4** im Anhang Seite A-16 graphisch dargestellt. Die Reihenfolge der durchlaufenen Netzlevel wird auch noch von anderen Parametern beeinflusst.

Standardmäßig ist für alle Rechnungen, die in der vorliegenden Studienarbeit durchgeführt wurden, ein W-Zyklus eingestellt. In den Fällen, in denen ein V-Zyklus verwendet worden ist, wird darauf hingewiesen.

Eine andere Beschleunigungsmethode ist das implizite Residuenglätten, mit dem das maximal mögliche Zeitintervall  $\Delta\tau_{i,j} = \tau_{i,j}^n - \tau_{i,j}^{n-1}$ , mit dem während eines Iterationsschritts bei der Lösung der Gleichungen vorangeschritten werden kann, erhöht wird.  $\Delta\tau_{i,j}$  wird durch den Code-Benutzer durch die sogenannte CFL-Zahl gesteuert.

Die Abkürzung „CFL“ steht für Courant-Friedrichs-Lewy. Die CFL-Zahl ist ein wichtiges Stabilitätskriterium und gibt den maximalen Zeitschritt an, in dem eine Zelle durchlaufen werden darf.

Ausgehend von der diskretisierten Form der Grundgleichungen,

$$\frac{dw_{i,j}}{d\tau} = - \frac{R_{i,j}}{V_{i,j}}, \quad i = 1, 2, \dots, N_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_j, \quad (28)$$

bzw.

$$\frac{dw_{i,j}}{d\tau} + \underline{P}_{i,j} = \underline{0}, \quad i = 1, 2, \dots, N_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_j, \quad (29)$$

wird hierbei zu jedem Zeitschritt  $\tau_{i,j}^n$  an jedem Netzpunkt das verallgemeinerte Residuum  $\underline{P}_{i,j}$  durch ein geglättetes, verallgemeinertes Residuum  $\tilde{\underline{P}}_{i,j}$  ersetzt,

$$\frac{dw_{i,j}}{d\tau} + \tilde{\underline{P}}_{i,j} = \underline{0}, \quad i = 1, 2, \dots, N_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_j, \quad (30)$$

das für den ein-dimensionalen Fall, beschrieben durch eine i-Richtung, gemäß der impliziten Gleichung

$$-\beta_i \tilde{\underline{P}}_{i-1,j} + (1 + 2\beta_i) \tilde{\underline{P}}_{i,j} - \beta_i \tilde{\underline{P}}_{i+1,j} = \underline{P}_{i,j} \quad (31)$$

oder

$$(1 - \beta_i \delta_i^2) \tilde{\underline{P}}_{i,j} = \underline{P}_{i,j} \quad (32)$$

gegeben ist, wobei der Operator  $\delta_i^2$  die zweite Differenz bzgl. der i-Richtung vermittelt. Für den zwei-dimensionalen Fall erhält man durch sukzessive Anwendung dieser Prozedur zunächst auf die j-Richtung gemäß

$$(1 - \beta_j \delta_j^2) \hat{\underline{P}}_{i,j} = \underline{P}_{i,j} \quad (33)$$

$\hat{\underline{P}}_{i,j}$  und danach auf die i-Richtung  $\tilde{\underline{P}}_{i,j}$  durch

$$(1 - \beta_i \delta_i^2) \tilde{\underline{P}}_{i,j} = \hat{\underline{P}}_{i,j}. \quad (34)$$

Die Koeffizienten  $\beta_i$  und  $\beta_j$  sind Glättungskoeffizienten und werden weiter hinten erläutert.

Das implizite Residuumlätten wird mit dem Parameter ISMOO eingestellt. Die Einstellung des Parameters ISMOO = 0 bedeutet, dass das implizite Residuumlätten ausgeschaltet ist. Bei ISMOO = 2 ist das Glätten angeschaltet, es werden variable Koeffizienten beim impliziten Residuumlätten benutzt. Die Koeffizienten in i-, j-, k-Richtung werden durch den Parameter EPSXYZ bestimmt. In den meisten Rechnungen, dieser Studienarbeit wurde die Einstellung

$$\text{ISMOO} = 2 \quad \text{EPSXYZ} = 0,0 \quad 1,2 \quad 0,0$$

verwendet. Der erste Wert des Parameters EPSXYZ gibt den minimalen Glättungskoeffizienten mit 0.0 an und der zweite Wert den maximalen Glättungskoeffizienten. Der dritte Wert wird bei der Einstellung ISMOO = 2 nicht benutzt. Bei der Einstellung von ISMOO = 1 ist das Residuumlätten ebenfalls aktiv, jedoch werden zum Glätten konstante Koeffizienten verwendet. Die Koeffizienten sind in der Eingabedatei festgeschrieben für die i-, j-, k-Richtung jeweils mit dem Wert 0,5.

## 2.6 Turbulenzmodelle

Im Rahmen der Arbeit wurden drei verschieden komplexe Turbulenzmodelle verwendet. Zum einen das algebraische Baldwin-Lomax – Modell [2]. Zum anderen wurde mit dem Wilcox k- $\omega$  – Modell [3] gerechnet. Dies ist ein sogenanntes Zweigleichungsmodell. Es enthält zwei zusätzliche Transportgleichungen und ist daher sehr komplex. Aufgrund von Schwierigkeiten mit dem Wilcox k- $\omega$  – Modell während einiger Rechnungen wurde entschieden, noch ein weiteres Modell zu verwenden, welches von der Komplexität zwischen den beiden anderen Modellen liegt. Dafür ist das Spalart-Allmaras – Modell [4] ausgewählt worden. Es ist ein Eingleichungsmodell und besitzt nur eine zusätzliche Transportgleichung um die Wirbelviskosität  $\mu_t$  zu bestimmen.

### 2.6.1 Baldwin-Lomax – Modell

Dieses Modell ist nach B. S. Baldwin und H. Lomax benannt.

Das Baldwin-Lomax – Modell verwendet eine einfache algebraische Beziehung zur Berechnung der Wirbelviskosität. Es handelt sich um ein *zonal model*, welches die Grenzschicht unterteilt in eine innere und äußere Schicht. Die turbulente Viskosität wird ähnlich dem Modell des Prandtlschen Mischungsweges aus einer charakteristischen Länge  $l_{\text{mix}}$  bestimmt, welche mit dem Modell nach van Driest modifiziert wurde. Diese Modifikation ist nur in unmittelbarer Nähe zur Wand wirksam. Anstelle des von Prandtl verwendeten Geschwindigkeitsgradienten wird der Betrag der Drehung  $|\omega|$  verwendet.

Für die innere Schicht gilt

$$\mu_{t,\text{innere}} = \rho l_{\text{mix}}^2 |\omega|, \quad (35)$$

$$l_{\text{mix}} = \kappa y \left[ 1 - e^{-y^+ / A_0^+} \right]. \quad (36)$$

Die äußere Schicht wird häufig als Defekt-Schicht bezeichnet. Für sie gilt

$$\mu_{t,\text{äußere}} = \rho \alpha C_{\text{cp}} F_{\text{wake}} F_{\text{Kleb}}(y; y_{\text{max}} / C_{\text{Kleb}}). \quad (37)$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass im Abstand  $y$  von der Wand noch turbulente Störungen vorzufinden sind, wird durch die Klebanoff'sche Intermittenzfunktion  $F_{\text{Kleb}}$  bestimmt.

$$F_{\text{wake}} = \min[y_{\text{max}} F_{\text{max}}; C_{\text{wake}} y_{\text{max}} U_{\text{diff}}^2 / F_{\text{max}}] \quad (38)$$

$$F_{\text{max}} = \max[F(y)] \quad F(y) = y[1 - e^{-y^+ / A_0^+}] |\omega| \quad (39)$$

Totwasser-Gebiet

$$e^{-y^+ / A_0^+} \equiv 0 \quad (40)$$

Schließungsbedingungen

$$\left. \begin{array}{lll} \kappa = 0,40 & \alpha = 0,0168 & A_0^+ = 26 \\ C_{cp} = 1,6 & C_{Kleb} = 0,3 & C_{wake} = 0,25 \end{array} \right\} \quad (41)$$

Beim Baldwin-Lomax – Modell treten keine Transporteffekte auf, d.h. an jedem Punkt werden ohne Einfluss der umgebenden Punkte die lokalen Größen berechnet.

## 2.6.2 Spalart-Allmaras – Modell

Nach Philippe R. Spalart und Steven R. Allmaras wurde dieses Turbulenzmodell benannt.

Das Spalart-Allmaras – Modell stellt eine zusätzliche Transportgleichung für die modifizierte Wirbelviskosität  $\tilde{\mu}_t$  dar. Man kann es auch verwenden, wenn kleine Ablöseblasen vorhanden sind. Es wurde speziell entwickelt für Strömungen um Tragflächen und Flügel bei hohen Reynolds-Zahlen.

Wirbelviskosität

$$\mu_t = \tilde{\mu} f_{v1} \quad (42)$$

Turbulenz-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \tilde{\mu} + U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \tilde{\mu} = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\mu} - \frac{c_{w1} f_w}{\rho} \left( \frac{\tilde{\mu}}{d} \right)^2 + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \mu + \tilde{\mu} \right) \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\tilde{\mu}}{\rho} \right] + \frac{\rho c_{b2}}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\tilde{\mu}}{\rho} \right) \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\tilde{\mu}}{\rho} \right) \quad (43)$$

Schließungsbedingungen

$$\left. \begin{array}{llll} c_{b1} = 0,1335 & c_{b2} = 0,622 & c_{v1} = 7,1 & \sigma = \frac{2}{3} \\ c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma} & c_{w2} = 0,3 & c_{w3} = 2 & \kappa = 0,41 \end{array} \right\} \quad (44)$$

hilfreiche Beziehungen

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \quad \chi = \frac{\tilde{\mu}}{\mu} \quad (45)$$

## 2.6.3 Wilcox k- $\omega$ – Modell

Dieses Modell ist nach David C. Wilcox benannt.

Zwei zusätzliche Transportgleichungen werden vom Wilcox k- $\omega$  – Modell geliefert, zum einen für die spezifische kinetische Turbulenzenergie k und zum anderen die spezifische Dissipations-Rate  $\omega$ . Es findet Anwendung z.B. bei der Berechnung von Rotoren und komplexen Konfigurationen im Reiseflug. Es ist in der Lage kleinere Strömungsablösungen mit guter Genauigkeit wiederzugeben.

Dieses Modell ist numerisch nicht sehr robust und hängt sehr stark von der Qualität des Rechnernetzes ab.

Wirbelviskosität

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \quad (46)$$

turbulente kinetische Energie

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu + \sigma^* \mu_t \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (47)$$

spezifische Dissipations-Rate

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \rho k \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu + \sigma \mu_t \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (48)$$

Schließungsbedingungen

$$\alpha = \frac{5}{9} \quad \beta = \frac{3}{40} \quad \beta^* = \frac{9}{100} \quad \sigma = \frac{1}{2} \quad \sigma^* = \frac{1}{2} \quad (49)$$

## 2.7 Rechennetze

FLOWer verwendet blockstrukturierte Multiblock – Netze. Unter „Multiblock“ versteht man, dass ein Strömungsbereich in mehrere Blöcke unterteilt werden kann z.B. bei einem Flugzeug ein Block für den Rumpf, ein Block für die Tragflächen. Die Blöcke sind mehr oder weniger unabhängig voneinander was die Netzgenerierung betrifft. In jedem Block wird ein Netz mit unterschiedlich vielen Punkten verwendet, an den Blockgrenzen findet ein Austausch der Daten zwischen den Blöcken statt.

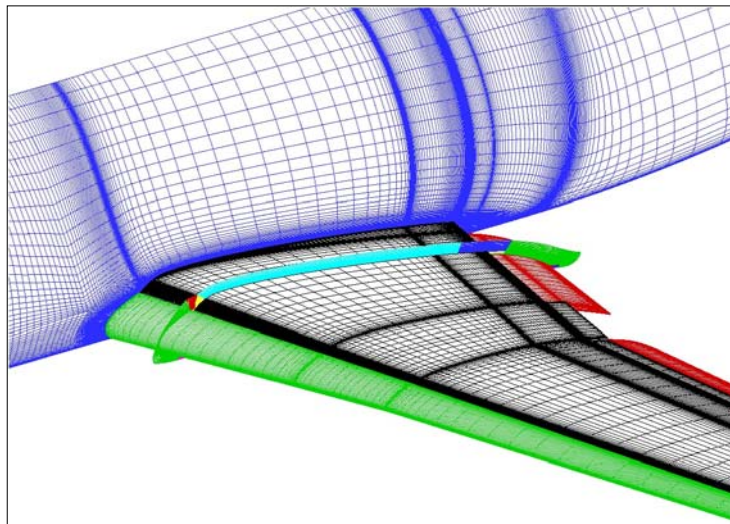


Abbildung 5: Flugzeug, Tragfläche und Rumpf unterteilt in verschiedene Netzblöcke - Quelle: MEGAFLOW-CD

Für den in der Studienarbeit verwendeten Fall gibt es einen Block mit vier verschiedenen Netzleveln, jede Ebene besteht aus einem Netz, welches unterschiedlich viele Punkte besitzt. Das feinste Netz ist mit dem Level-Wert = 1 und das gröbste Netz mit dem Level-Wert = 4 versehen.

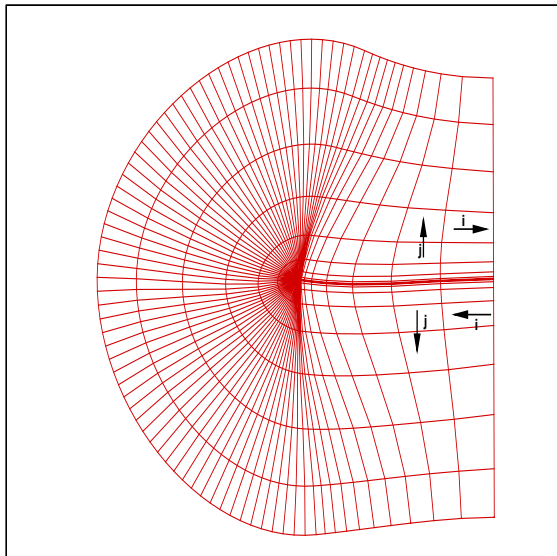


Abbildung 6: größtes Netz – Netzlevel 4

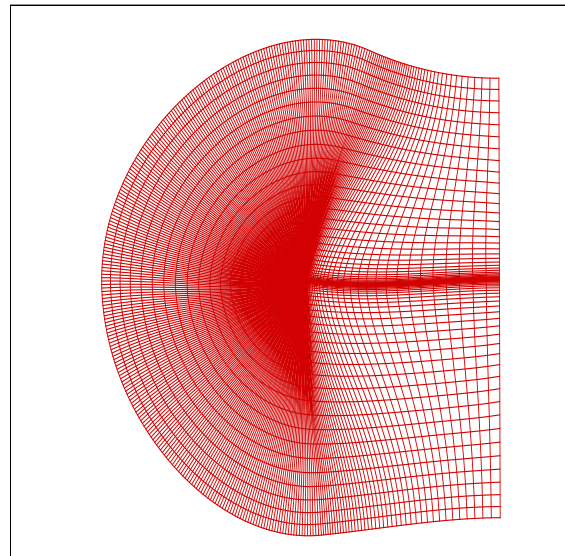


Abbildung 7: feinstes Netz – Netzlevel 1

Die verschiedenen Netze werden bei dem Mehrgitterverfahren (multi-grid) verwendet. – aus Kapitel 2.2 – Das am feinsten aufgelöste Netz besteht aus 336 Netzpunkten in i-Richtung und in 72 Netzpunkten in j-Richtung. Die Durchlaufrichtungen i und j der Netzpunkte sind graphisch in **Abbildung 6** mit eingezeichnet. Die Laufrichtung von i ist um das Profil beginnend auf der Unterseite am rechten Rand. Von der Profiloberfläche nach außen läuft j.

## 2.8 Anfangsbedingungen

FLOWer bietet die Möglichkeit, die Rechnung entweder mit den Strömungsgrößen der freien Anströmung im gesamten Feld zu starten oder einen sogenannten “Restart” durchzuführen. Das geschieht auf der Basis einer “Restart”-Datei, in der sämtliche Strömungsgrößen für alle Punkte des Netzes aus einer vorangegangenen Rechnung abgespeichert sind. Dabei ist es auch möglich im extremsten Fall, mit einem “Restart” das verwendete Turbulenzmodell zu wechseln oder auch nur einzelne Parameter. Die Strömungsgrößen der freien Anströmung werden verwendet, wenn der Parameter ISTART auf 0 gesetzt ist. Ist in der Eingabe-Datei der Parameter ISTART = 1, so wird die “Restart”-Datei eingelesen und deren Werte werden als Startbedingung verwendet.

## 2.9 Künstliche Viskositätsparameter

Unter der Viskosität  $\mu$  versteht man die Zähigkeit fluider Medien. Die Zähigkeit beruht auf der inneren Reibung, die benachbarte Fluidschichten bei einer Bewegung des Fluids aufeinander ausüben, aufgrund der Wechselwirkung zwischen den Molekülen. Die Viskosität ist temperaturabhängig. Mit steigender Temperatur nimmt die Viskosität bei Gasen zu, bei Flüssigkeiten nimmt sie ab.

Der durch die Viskosität verursachte Effekt wird als Dissipation bezeichnet. Dissipation ist der Übergang mechanischer Energie in eine andere Energieform z.B. Wärme. Die Dissipation kann nicht vollständig rückgängig gemacht werden. Ein Beispiel für einen dissipativen Vorgang ist die Reibung. Die Dissipation liegt bei der Lösung der Gleichung durch FLOWer als natürliche und numerische Dissipation vor. Der Hauptanteil der numerischen Dissipation ist die künstliche Dissipation. Ihr Effekt tritt zusammen mit dem Effekt der natürlichen Dissipation auf. Beide Effekte sind nicht voneinander zu trennen. Die Genauigkeit der Rechenergebnisse wird durch die künstliche Dissipation reduziert.



Da der Effekt der künstlichen Dissipation dem der natürlichen sehr ähnlich ist, werden deren Einstellparameter auch als Viskositätsparameter bezeichnet. Zu den Viskositätsparametern in FLOWer gehören  $k^{(2)}$ ,  $k^{(4)}$  und ZETA.

Der Eingabeparameter RVIS 2 definiert den Dissipationsparameter  $k^{(2)}$  durch

$$k^{(2)} = \frac{1}{\text{RVIS2}}. \quad (50)$$

Er bestimmt den Faktor des Dissipationsterms basierend auf zweiten Differenzen. RVIS 2 wird nur auf dem aktuell feinsten Netzlevel verwendet. Der empfohlene Wert für Mehrgitter-Rechnungen ist im FLOWer-Handbuch mit RVIS 2 = 2,0 angegeben.

Der Wert, der durch den Parameter RVIS 4 in der Eingabe-Datei festgelegt wird, bestimmt den Faktor für die künstliche Dissipation basierend auf vierten Differenzen,

$$k^{(4)} = \frac{1}{\text{RVIS4}}. \quad (51)$$

RVIS 4 wird nur auf dem aktuell feinsten Netzlevel verwendet. Im FLOWer-Handbuch wird empfohlen, für RVIS 4 einen Wert aus Bereich von

$$32 \leq \text{RVIS 4} \leq 128$$

zu wählen. Für Mehrgitter-Navier-Stokes Rechnungen wird insbesondere die Einstellung RVIS 4 = 64,0 empfohlen.

Auf den größeren Netzleveln wird die künstliche Dissipation ausschließlich basierend auf zweiten Differenzen ermittelt, jedoch wird ein anderer Vorfaktor verwendet als bei RVIS 2.

Der Parameter  $\zeta$  (ZETA in der Eingabe-Datei von FLOWer) wirkt sich an zwei verschiedenen Stellen aus. Zum einen als Exponent für die künstliche Dissipation,

$$\phi_{i+\frac{1}{2},j}^i = 1 + \left( \frac{\lambda_{i+\frac{1}{2},j}^{(j)}}{\lambda_{i+\frac{1}{2},j}^{(i)}} \right)^\zeta, \quad (52)$$

zum anderen als Koeffizient für das implizite Residuumlätten.

Die Glättungskoeffizienten für das implizite Residuenglätten (in der Eingabe: EPSXYZ) sind in der folgenden Weise definiert, wobei hier lediglich der Koeffizient  $\beta_i$  ausführlich notiert wird,

$$\beta_i = \max \left( 0, \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{\text{CFL}}{\text{CFL}_{\text{explizit}}} \frac{\lambda_{i,j}^{(i)}}{\lambda_{i,j}^{(i)} + \lambda_{i,j}^{(j)}} \left( 1 + \frac{\lambda_{i,j}^{(j)}}{(\lambda_{i,j}^{(i)})^\zeta} \right) \right)^2 - 1 \right] \right). \quad (53)$$

Die hierin auftretenden Werte  $\lambda_{i,j}^{(i)}$  und  $\lambda_{i,j}^{(j)}$  werden analog zu denen im Kap. 2.3 gebildet,  $\text{CFL}_{\text{explizit}}$  ist die CFL-Zahl des Lösungsschemas ohne implizites Residuenglätten, deren Wert aus analytischen Untersuchungen der Stabilität der Lösungsschemas bekannt ist. Der Wert  $\zeta$  ist derselbe Steuerungsparameter wie in Kapitel 2.3.

In fast allen Rechnungen ist  $\text{CFL} = 7,5$  gesetzt, wobei  $\text{ISMOO} = 2$ . Mit  $\text{ISMOO} = 0$  ist die CFL-Zahl niedriger gewählt ( $\text{CFL} \approx 3,5$ ).

## 3 Ergebnisse

Im folgenden Teil dieser Studienarbeit sind die Ergebnisse der durchgeführten Rechnungen graphisch dargestellt und werden erläutert. Die ersten Rechnungen sind durchgeführt worden, um die Funktionsweise des Strömungslöser FLOWer kennen zu lernen.

### 3.1 Testrechnungen

Als erste Rechnung wurde eine rein laminare Strömung simuliert. Die Rechnung konvergiert nicht, allerdings war dies auch nicht zu erwarten, **Abbildung 8**. Diese Rechnung wurde durchgeführt, damit die Benutzung und Funktionsweise von FLOWer klar wird. Man sieht in **Abbildung 9** das Druckfeld nahe der Profiloberfläche.

Danach wurden voll turbulente Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell und dem  $k-\omega$  – Modell durchgeführt. In der **Abbildung 10** ist ein Vergleich der voll turbulenten Rechnungen für beide Turbulenzmodelle dargestellt. Dabei ist erkennbar, dass die Rechnung für das Baldwin-Lomax – Modell schneller konvergiert als für das  $k-\omega$  – Modell. Der Wert  $1,63058 \cdot 10^{-6}$  im Dichte-Residuum wird vom Wilcox  $k-\omega$  – Modell erst 177 Iterationen später erreicht als vom Baldwin-Lomax – Modell. Bei der Rechnung mit dem  $k-\omega$  – Modell gibt es zudem Störungen, die sich in Form von Ausschlägen äußern. Das Baldwin-Lomax – Modell weist einen glatteren Verlauf auf, zudem ist der Auftrieb größer und der Widerstand kleiner als beim  $k-\omega$  – Modell. Nach 750 Iterationen sind die Kraftbeiwerte (Auftrieb und Widerstand) stabil, dargestellt in **Abbildung 11**, der Auftrieb des Baldwin-Lomax – Modells ist um  $\sim 4,08\%$  größer als beim  $k-\omega$  – Modell. Der Widerstand der Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell ist um ca.  $9,75\%$  kleiner. Die Berechnungsformel für die Prozentangaben sowie ein Beispiel sind im Anhang aufgeführt.

Anschließend wurden Rechnungen mit gesetzten Transitionspunkten durchgeführt und graphisch in **Abbildung 12** dargestellt. Ein Vergleich von Ergebnissen mit dem Baldwin-Lomax – Modell und dem  $k-\omega$  – Modell zeigen dieselben Effekte wie für die voll turbulente Rechnung, d. h. auch in diesem Fall konvergiert die Rechnung mit dem  $k-\omega$  – Modell langsamer als die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell. Es sind wie auch bei der voll turbulenten Rechnung mit dem Wilcox  $k-\omega$  – Modell die Ausschläge im Dichte-Residuum zu erkennen. Der Auftrieb vom  $k-\omega$  – Modell ist um ca.  $1,9\%$  kleiner und der Widerstand um  $\sim 4,4\%$  größer als im Vergleich zum Baldwin-Lomax – Modell, dies ist in **Abbildung 13** dargestellt.

Ein Vergleich zwischen der voll turbulenten Rechnung und der Rechnung mit gesetzter Transition für das Baldwin-Lomax – Modell zeigt in **Abbildung 14**, dass die Rechnung für die voll turbulente Strömung um rund 84 Iterationen schneller konvergiert als die Rechnung mit Transition. Die Differenz in der Anzahl der Iterationen ergibt sich aus der Zahl der benötigten Iterationsschritte um einen bestimmten Wert im Dichte-Residuum zu erreichen. Die Kraftbeiwerte sind in **Abbildung 15** dargestellt. Der Widerstand der voll turbulenten Rechnung ist um etwa  $35,5\%$  höher als der der Rechnung mit gesetzter Transition. Der Auftrieb verhält sich entgegengesetzt, ist er um  $\sim 6,92\%$  kleiner.

Ebenso wie für die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell verhält es sich beim  $k-\omega$  – Modell **Abbildungen 16 und 17**, in diesem Fall sind die Unterschiede in den Beiwerten noch etwas größer. Der Auftrieb der Rechnung mit Transition ist um  $\sim 9,19\%$  größer als derjenige in der voll turbulenten Rechnung. Der Widerstand weist eine Differenz von  $\sim -39,1\%$  zwischen der Rechnung mit gesetzter Transition und der voll turbulenten Rechnung auf.

In den **Abbildung 18 und 19** ist für die voll turbulenten Rechnungen der beiden Turbulenzmodelle ein Vergleich der Druckverteilungen ( $c_p$ ) und der Schubspannungsverteilungen ( $c_f$ ) dargestellt. Global

liegt das  $c_p$  – Niveau des Baldwin-Lomax – Modells über dem des  $k-\omega$  – Modells, auch die Saugspitze ist beim Baldwin-Lomax – Modell deutlicher ausgeprägt. Beim  $k-\omega$  – Modell ist an der Hinterkante des Profils eine Strömungsablösung sichtbar. Im  $c_f$ -Verlauf der Unterseite des Wilcox  $k-\omega$  – Modells im Bereich der Profilnase ist eine „Delle“ zu erkennen, welche nicht auftreten dürfte.

Auch beim Fall mit gesetzter Transition schließt der  $c_p$ -Verlauf resultierend aus dem Baldwin-Lomax – Modell eine größere Fläche ein als der bei Verwendung des  $k-\omega$  – Modells, dies ist in **Abbildung 20** dargestellt. Im laminaren Bereich verlaufen die Kurven des Schubspannungsbeiwertes nahezu identisch, die Steigung sowie das Maximum im Bereich der Transition beim  $k-\omega$  – Modell ist kleiner und die Stromaufwirkung größer als beim Baldwin-Lomax – Modell, **Abbildung 21**.

Für beide Turbulenzmodelle ist sichtbar, dass die Druckverteilung bei der Rechnung mit Transition die größere Fläche unter der Kurve einschließt. Die Strömung der voll turbulenten Rechnung löst sich eher vom Profil an der Hinterkante ab. In den **Abbildungen 22** und **23** sind die  $c_p$ - und  $c_f$ -Verteilungen der Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell und in den **Abbildungen 24** und **25** die des Wilcox  $k-\omega$  – Modells.

Aufgrund der durch den Vergleich in **Abbildung 19** festgestellten Abweichung der Schubspannungsverteilung des Wilcox  $k-\omega$  – Modells, erfolgen Restart-Rechnungen, um dieses Verhalten durch eine bessere Konvergenz zu eliminieren. Im Vergleich von mehreren Durchläufen, dargestellt in **Abbildung 26**, der voll turbulenten Rechnungen mit dem Wilcox  $k-\omega$  – Modells sind unterschiedliche Kurvenverläufe der  $c_f$ -Verteilungen zu sehen. Dies ist ein Fehler. In der Schubspannungsverteilung bei der Rechnung mit dem  $k-\omega$  – Modell ist festgestellt worden, dass die Verläufe zwischen den unterschiedlichen Rechenläufen, mit unterschiedlich vielen Iterationen, extreme Abweichungen im Kurvenverlauf des  $c_f$  aufweisen. Diese zeigen sich besonders an der Profilnase.

Aufgrund dieser Feststellung ist nochmals eine Darstellung vom Dichte-Residuum, sowie der  $c_a$ - und  $c_w$ -Werte angefertigt worden, diese ist in **Abbildung 27** dargestellt. Auf diesem sind Sprünge im Dichte-Residuum erkennbar, die nicht durch Restart's – markiert durch Linien – verursacht worden sind. In den Kraftbeiwerten sind jedoch keine Unterschiede festzustellen.

Der Grund für die Sprünge im Dichte-Residuum ist bis zum Ende dieser Studienarbeit nicht gefunden worden. Vermutlich entsteht eine Ablösung der Strömung vom Profil, die sich wieder anlegt und zu niederfrequenten Schwingungen im gesamten Lösungsprozess führt und die Störungen im Dichte-Residuum verursacht.

Aufgrund von Störungen im Dichte-Residuum bei der voll turbulenten Rechnung mit dem  $k-\omega$  – Turbulenzmodell, in **Abbildung 20** dargestellt, wurde in die Untersuchung noch zusätzlich das Spalart-Allmaras – Modell aufgenommen. Auf dieses Modell wurde schon in Kapitel 2.2.2 etwas ausführlicher eingegangen.

Die zuvor für die beiden anderen Turbulenzmodelle (Baldwin-Lomax – Modell und Wilcox  $k-\omega$  – Modell) durchgeführten Rechnungen wurden nun auch mit den Spalart-Allmaras – Modell durchgeführt. Für die voll turbulente Rechnung und die Rechnung mit gesetzter Transition mit dem Spalart-Allmaras – Modell sind die Dichte-Residuen in **Abbildung 28** und die Kraftbeiwerte in **Abbildung 29** dargestellt. Bei dieser voll turbulenten Rechnung treten die Störungen nicht auf. Die Rechnung zeigt eine gute Konvergenz, das Dichte-Residuum ist bis auf ein Niveau von  $10^{-7}$  gefallen. Die Rechnung mit Transition konvergiert geringfügig schneller, es ergibt sich eine Differenz von ca. 23 Iterationen für den selben Wert des Dichte-Residuums im Vergleich zur voll turbulenten Rechnung. Der Auftrieb liegt um rund 12,3% höher mit Transition und der Widerstand ist um ca. 44,2% niedriger.

Als Grund der Störungen in **Abbildung 20** wird die Art des Mehrgitter-Zyklus vermutet bzw. die Tatsache, dass eine Mehrgitter- und keine single-grid – Rechnung durchgeführt wird. Die voll turbulente single-grid-Rechnung unter Verwendung des  $k-\omega$ -Modells, benötigt deutlich länger zum Konvergieren als eine Mehrgitter-Rechnung. Um einen Wert von  $10^{-6}$  im Dichte-Residuum zu

erreichen, benötigt das Rechenverfahren 15875 Iterationen bei einer single-grid-Rechnung. Eine Mehrgitter-Rechnung mit W-Zyklus würde nur rund 842 Iterationen benötigen und eine Rechnung mit V-Zyklus benötigt rund 1631 Iterationen. Die voll turbulente Rechnung als Mehrgitter-Verfahren mit dem  $k-\omega$  – Modell konvergiert nur mit der Einstellung von  $ITYPE = 1$ , was einem V-Zyklus entspricht. Die Dichte-Residuen der single-grid – Rechnung und der Rechnung mit dem V-Zyklus sind in **Abbildung 30** dargestellt.

Die Dichte-Residuen der drei verwendeten Turbulenzmodelle jeweils für die voll turbulente Rechnung sind in **Abbildung 31** dargestellt. In **Abbildung 32** sind jeweils der Auftriebsbeiwert  $c_a$  und der Widerstandsbeiwert  $c_w$  für die Rechnungen mit allen drei Turbulenzmodellen für die voll turbulenten Rechnungen aufgetragen. Der Auftrieb der Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell ist am größten und der Auftrieb der Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell am geringsten. Die Ergebnisse unter Verwendung des  $k-\omega$  - Modells liegen zwischen den beiden anderen Turbulenzmodellen. Der Widerstand verhält sich entgegengesetzt. Er ist beim Spalart-Allmaras – Modell am höchsten. Es ergeben sich die folgenden Unterschiede:

zwischen Baldwin-Lomax – Modell und Spalart-Allmaras – Modell

$$\Delta c_a \sim 7,98\% \text{ und } \Delta c_w \sim -23,50\%$$

zwischen dem Wilcox  $k-\omega$  – Modell und Spalart-Allmaras – Modell

$$\Delta c_a \sim 3,74\% \text{ und } \Delta c_w \sim -15,20\%$$

Das selbe Verhalten stellt sich auch für den Vergleich der Rechnungen mit Transition heraus. Die Abweichungen betragen in diesem Fall,

zwischen Baldwin-Lomax – Modell und Spalart-Allmaras – Modell

$$\Delta c_a \sim 2,78\% \text{ und } \Delta c_w \sim -11,50\%$$

zwischen Wilcox  $k-\omega$  – Modell und Spalart-Allmaras – Modell

$$\Delta c_a \sim 0,87\% \text{ und } \Delta c_w \sim - 7,50\%$$

dies ist in **Abbildung 34** graphisch dargestellt. Die dazugehörigen Dichte-Residuen sind dargestellt in **Abbildung 33**.

Es ist ein Vergleich der Druckverteilungen ( $c_p$ ) und der Schubspannungsverteilungen ( $c_f$ ) für die drei Turbulenzmodelle der voll turbulenten Rechnung in den **Abbildungen 35** und **36** dargestellt. Global liegt das  $c_p$  – Niveau bei Verwendung des Baldwin-Lomax – Modells über dem  $k-\omega$  – Modell, auch die Saugspitze ist beim Baldwin-Lomax – Modell deutlicher ausgeprägt. Dies korrespondiert mit dem Verhalten des Auftriebs. Beim Spalart-Allmaras – Modell ist an der Hinterkante des Profils eine stärkere Strömungsablösung, als bei den beiden anderen Modellen, sichtbar. Der Punkt, an der keine Schubspannung ( $c_f = 0$ ) auftritt, wird von jedem Turbulenzmodell an einer anderen  $x$  – Koordinate vorhergesagt.

Wie auch schon bei der voll turbulenten Rechnung zeigt sich bei der Rechnung mit Transition in der Druckverteilung, dass die  $c_p$ -Verteilung aus der Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell die größte Fläche unter der Kurve und die  $c_p$ -Verteilung aus der Rechnung mit dem Spalart-Allmaras – Modell die kleinste Fläche unter der Kurve einschließt. Das  $k-\omega$  – Modell liegt zwischen den beiden anderen Turbulenzmodellen.

eingeschlossene Fläche unter dem  $c_p$ -Verlauf:

$$\text{Baldwin-Lomax – Modell} > \text{Spalart-Allmaras – Modell} > \text{k-}\omega \text{ – Modell}$$

An der Hinterkante löst sich in der Rechnung unter Verwendung des Spalart-Allmaras – Modells die Strömung deutlich früher vom Profil ab. Die stärksten Abweichungen zwischen den Turbulenzmodellen sind im Bereich der Saugspitze zu erkennen, **Abbildung 37**.

In **Abbildung 38** ist der  $c_f$ -Verlauf dargestellt. Es zeigt sich eine relativ gute Übereinstimmung der Kurven im laminaren Bereich. Das  $k-\omega$  – Modell weist auf der Oberseite das kleinste Maximum auf und es liegt im Vergleich zu den beiden anderen Modellen weiter stromab. Auch die Steigung im Bereich der Transition ist am geringsten. Beim Baldwin-Lomax – Modell sind Abweichungen gegenüber den anderen Kurven im Bereich der turbulenten Strömung nach dem maximalen Wert im  $c_f$ -Verlauf sichtbar.

### 3.2 Preconditioning

Mit sinkender Machzahl treten bei einem kompressiblen Navier-Stokes-Code, wie FLOWer einer ist, zunehmend Konvergenz- und Genauigkeitsprobleme auf. Hinter den Genauigkeitsproblemen verbirgt sich eine schlecht skalierte künstliche Dissipation. Der Grund für diese Probleme ist die sogenannte Steifigkeit  $St$  des Gleichungssystems. Darunter versteht man

$$St = \frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}}, \quad (54)$$

wobei  $\lambda_{\min}$  und  $\lambda_{\max}$  den kleinsten und den größten Eigenwert bezeichnen. Man kann zeigen, dass

$$St \xrightarrow{Ma \rightarrow \infty} \infty. \quad (55)$$

Abhilfe bei diesem Problem schafft das Preconditioning [5]. Durch eine geschickte Manipulation des Gleichungssystems (Multiplikation der Zeitableitung und der Dissipation mit einer Präkonditionierungsmatrix) lässt sich dieses Problem beseitigen. Der Eingabeparameter EPSLOCM fließt in diese Matrix mit ein.

Die ursprüngliche Gleichung ist strukturell vom Typ

$$\frac{\partial w_{i,j}}{\partial t} + A \frac{\partial w_{i,j}}{\partial x} = 0 \quad (56)$$

mit Preconditioning ergibt sich

$$\underline{P}^{-1} \frac{\partial w_{i,j}}{\partial t} + A \frac{\partial w_{i,j}}{\partial x} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial w_{i,j}}{\partial t} + \underline{P} A \frac{\partial w_{i,j}}{\partial x} = 0 \quad (57)$$

mit  $\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}} = O(1)$  bei geschickter Wahl von  $\underline{P}$ .

Wenn der Parameter EPSLOCM = 1 ist, wird automatisch die Anströmmachzahl zur Beeinflussung des Faktors  $\underline{P}$  verwendet.

Um dies zu überprüfen wurde der Parameter einmal auf 1 und einmal auf die Machzahl der freien Anströmung ( $Ma = 0,15$ ) gesetzt, alle anderen Einstellungen wurden bei diesen beiden Rechnungen nicht verändert bei der voll turbulenten Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell. In **Abbildung 39** sind die Ergebnisse für beide Rechnungen graphisch dargestellt. Es ist zu sehen, dass die Kurven der beiden Rechnungen übereinander liegen (identisch sind).

Der Einfluss des Preconditionings soll in den folgenden Rechnungen und Abbildungen aufgezeigt werden. Es wird erwartet, dass das Preconditioning die Rechnung stabilisiert und die Beiwerte Differenzen zu denjenigen der nicht-präkonditionierten Rechnungen aufweisen.

Die voll turbulente Rechnung des Baldwin-Lomax – Modells mit Preconditioning und  $\text{EPSLOCM} = 0,15$  konvergiert sehr viel schneller als der Fall ohne Preconditioning. Bei einem Wert des Dichte-Residuums von  $10^{-6}$  ergibt sich eine Differenz von ungefähr 398 Iterationsschritten zwischen der Rechnung mit Preconditioning und der Rechnung ohne Preconditioning, dargestellt in **Abbildung 40**. Es gibt geringfügige Abweichungen in den Beiwerten, das  $\Delta c_a$  beträgt  $\sim 0,21\%$  und das  $\Delta c_w$  beträgt  $\sim 0,07\%$ , **Abbildung 41**.

In **Abbildung 42** und **43** ist das selbe Phänomen wie in der vorherigen Beschreibung erkennbar. Für die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell mit gesetzter Transition wurde der Parameter  $\text{EPSLOCM} = 1,0$  eingestellt. Es ergibt sich ein  $\Delta c_a$  von  $\sim -0,32\%$  und ein  $\Delta c_w$  von etwa  $0,08\%$ . Die Rechnung mit Preconditioning konvergiert auch in diesem Fall schneller als die Rechnung ohne Preconditioning.

Für das Turbulenzmodell von Baldwin-Lomax bei einer voll turbulenten Rechnung gibt es im  $c_p$ -Verlauf kaum einen Unterschied zwischen den Rechnungen mit und ohne Preconditioning, **Abbildung 44**. Es zeigt sich hauptsächlich eine etwas größere Abweichung im Bereich der Hinterkante. Im  $c_f$ -Verlauf hingegen sind relativ starke Unterschiede zu erkennen, **Abbildung 45**.

Bei der Rechnung mit gesetzten Transitionslagen sind in der  $c_p$ -Verteilung Abweichungen im Bereich der Saugspitze, im Bereich der Transition und an der Hinterkante sichtbar. Die  $c_p$ -Verteilung für die Rechnung mit eingeschaltetem Preconditioning liegt global leicht über der ohne Preconditioning. Dies war auch erhofft. Im Bereich der Transition ist die Störung in der  $c_p$ -Verteilung (S-Schlag) bei der Rechnung mit Preconditioning deutlich stärker ausgeprägt, dargestellt in **Abbildung 46**. Im  $c_f$ -Verlauf ist bei Verwendung von Preconditioning die Steigung größer. Ebenso sind die Maximalwerte größer bei der Rechnung mit Preconditioning als ohne Preconditioning. Die Stromaufwirkung ist größer bei der Rechnung ohne Preconditioning als mit Preconditioning. Der Parameter  $\text{EPSLOCM}$  wurde auf  $3,0$  gestellt, **Abbildung 47**.

In den **Abbildungen 48** und **49** sind die voll turbulenten Rechnungen des Spalart-Allmaras – Modells mit und ohne Preconditioning dargestellt. Für die Rechnung mit Preconditioning wurde der Parameter  $\text{EPSLOCM}$  auf  $1$  gestellt. Es zeigt sich, dass die Konvergenz bei der Rechnung mit Preconditioning (ein Dichte-Residuum von  $10^{-4}$ ) um ungefähr drei Größenordnungen schlechter ist als die bei der Rechnung ohne Preconditioning (ein Dichte-Residuum von  $10^{-7}$ ). Alle drei dargestellten Kurven zeigen Oszillationen, besonders deutlich sind diese im Widerstandsbeiwert zu erkennen. Es ergeben sich starke Unterschiede in den Beiwerten, im  $c_a$  für die Rechnung mit Preconditioning zeigt sich ein rund  $26,34\%$  kleinerer Wert als für die Rechnung ohne Preconditioning. Bei der Rechnung mit Preconditioning ist der Widerstandsbeiwert um mehr als  $60\%$  größer als bei der Rechnung ohne Preconditioning.

In der  $c_p$ -Verteilung in **Abbildung 50** sind deutliche Unterschiede auszumachen, bei beiden Rechnungen ist keine Saugspitze erkennbar. Die Strömung der Rechnung mit Preconditioning weist an der Hinterkante eine frühere Ablösung auf. Der Verlauf der Schubspannungsverteilung verhält sich entlang der Oberseite des Profils bei der Rechnung mit Preconditioning deutlich anders zu der Rechnung ohne Preconditioning. Der  $c_f$ -Verlauf der Rechnung des Spalart-Allmaras – Modells ohne Preconditioning, dargestellt in **Abbildung 51**, ähnelt dem  $c_f$ -Verhalten der Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell aus **Abbildung 45**.

Für die Rechnung des Spalart-Allmaras – Modells mit gesetzter Transition sind im Dichte-Residuum, siehe **Abbildung 52**, und im Auftrieb sowie im Widerstand, **Abbildung 53**, bei der Rechnung mit dem Spalart-Allmaras – Modell bei der Einstellung des Parameters  $\text{EPSLOCM} = 1,0$  Oszillationen sichtbar. Die Beiwerte schwingen mit einer konstanten Amplitude. Das Dichte-Residuum der Rechnung mit Preconditioning mit dem Spalart-Allmaras – Modells sinkt nicht so weit wie bei der Rechnung ohne Preconditioning, d.h. nach  $1000$  Iterationen ist das Dichte-Residuum mit Preconditioning auf rund  $3,34 \cdot 10^{-5}$  gefallen. Das Dichte-Residuum der Rechnung ohne

Preconditioning ist hingegen schon nach 750 Iterationen auf einen Wert von  $1,58 \cdot 10^{-6}$  gesunken. – Dies widerspricht eigentlich der Aufgabe des Preconditionings, da es die Konvergenz verbessern soll. – Der Widerstandsbeiwert liegt bei der Rechnung mit Preconditioning um rund 16,3% höher als bei der Rechnung ohne Preconditioning. Es ergibt sich eine Differenz zwischen dem Auftriebsbeiwert der Rechnung mit Preconditioning zu dem Auftriebsbeiwert der Rechnung ohne Preconditioning von ungefähr -8,83%.

Die Rechnung mit Preconditioning zeigt im Gegensatz zur Rechnung ohne Preconditioning für das Spalart-Allmaras – Modell eine global geringere Druckverteilung, dargestellt in **Abbildung 54**. An der Hinterkante löst sich die Strömung der Rechnung mit Preconditioning eher vom Profil als die Strömung der Rechnung ohne Preconditioning. Das  $c_p$ -Verhalten der Rechnung mit dem Spalart-Allmaras – Modell entspricht nicht den Erwartungen, aus dem Wissen über die Funktionsweise des Preconditionings und den Ergebnissen des Baldwin-Lomax – Modells. Die (Wand-) Schubspannungsverteilung der Rechnung mit dem Spalart-Allmaras – Modell verhält sich wie erwartet, d.h. die Steigung in den Bereichen der Transition ist für die Rechnung mit Preconditioning größer als für die Rechnung ohne Preconditioning. Der Bereich der Stromaufwirkung ist kleiner für die Rechnung mit Preconditioning als für die Rechnung ohne Preconditioning, **Abbildung 55**.

Die Rechnung mit Preconditioning für das  $k-\omega$  – Modell konvergiert nicht. Für die beiden Fälle, voll turbulente Rechnung und Rechnung mit gesetzter Transition, sinkt das Dichte-Residuum und bekommt dann unerwartet Störungen, welche die Konvergenz der Rechnung zerstören. Durch die Störungen steigt das Dichte-Residuum an und levelt sich dann bei einem Wert ein. Eine Darstellung der Dichte-Residuen für das  $k-\omega$  – Modell ist in **Abbildung 56** zu sehen. Die Rechnungen wurden mit allen Werten von EPSLOCM durchgeführt, es sind nur die Dichte-Residuen mit  $\text{EPSLOCM} = 1,0$  dargestellt.

### 3.3 Suche nach Basiseinstellungen

In den Rechnungen, die bis jetzt durchgeführt wurden, wurden die Einstellungen

$$\text{ZETA} = 0,666 \quad \text{und} \quad \text{EPSXYZ} = 0,0 \quad 1,2 \quad 0,0$$

verwendet. Im FLOWer-Handbuch sind Empfehlungen zur Einstellung der Parameter gegeben. Für Navier-Stokes Verfahren sind diese mit

$$\text{ZETA} = 0,5 \quad \text{und} \quad \text{EPSXYZ} = 0,2 \quad 1,2 \quad 0,0$$

angegeben. Die im Handbuch angegebenen Einstellungen sind andere, als diejenigen, die für die bisher durchgeführten Rechnungen benutzt worden sind. Um die Auswirkung jedes Parameters auf die Ergebnisse bestimmen zu können, wurde jeweils nur ein Parameter verändert. Da bei dem Parameter EPSXYZ – siehe Kapitel 2.2 Beschleunigungsverfahren – jeweils nur der minimale Glättungskoeffizient verändert wurde, wird in den weiteren Ausführungen nur noch auf diesen Wert Bezug genommen.

Es ist zu beachten, dass die Rechnungen mit Preconditioning nicht für das  $k-\omega$  – Modell durchgeführt worden sind, da sie wie schon unter Kapitel 3.2 beschrieben, keine Konvergenz zeigten.

### 3.3.1 ZETA = 0,666

Als erstes zur Bestimmung der Basiseinstellung sind die Rechnungen mit ZETA = 0,666 für die unterschiedlichen Einstellungen von EPSXYZ durchgeführt worden.

#### 3.3.1.1 EPSXYZ = 0,0

Die Rechnungen mit der Einstellung EPSXYZ = 0,0 und ZETA = 0,666 sind schon unter Abschnitt 3.1 und 3.2 ausgewertet worden.

#### 3.3.1.2 EPSXYZ = 0,2

In **Abbildung 57** und **58** sind die Rechnungen ohne Preconditioning dargestellt. Die folgenden Rechnungen sind mit der Einstellung:

$$\text{ZETA} = 0,666 \quad \text{und} \quad \text{EPSXYZ} = 0,2 \quad 1,2 \quad 0,0$$

durchgeführt worden. Die in **Abbildung 59** dargestellten  $c_p$ -Verteilungen zeigen, dass die von der  $c_p$ -Verteilung des Baldwin-Lomax – Modells eingeschlossene Fläche größer ist als die von der  $c_p$ -Verteilung des Spalart-Allmaras – Modells eingeschlossene Fläche. Die Kurven der  $c_f$ -Verteilungen liegen im laminaren Strömungsbereich sehr dicht beieinander, dies ist in **Abbildung 60** dargestellt.

Für das Wilcox  $k-\omega$  – Modell zeigten die Rechnungen bei diesen Einstellungen keine konvergente Lösung.

Die Rechnung mit Preconditioning, dargestellt in **Abbildung 61** und **62**, des Spalart-Allmaras – Modells ( $10^{-4}$ ) konvergiert nicht so weit wie die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell. Das Dichte-Residuum ist bis auf  $10^{-6}$  gesunken. Bei der Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell würde das Dichte-Residuum mit einer größeren Anzahl von Iterationen noch weiter abnehmen, wohingegen sich das Dichte-Residuum bei der Rechnung mit dem Spalart-Allmaras – Modell schon auf einen Wert eingependelt zu haben scheint. Die in **Abbildung 63** dargestellten Druckverteilungen weisen prinzipiell das selbe Verhalten auf wie bei den Rechnungen ohne Preconditioning aus. Die von der Druckverteilung des Spalart-Allmaras – Modells mit Preconditioning eingeschlossene Fläche ist jedoch deutlich kleiner als die eingeschlossene Fläche bei der Rechnung ohne Preconditioning. Es bildet sich bei der Rechnung mit Preconditioning auch keine Saugspitze aus und die Strömung löst sich früher vom Profil ab. Die Schubspannungsverteilungen, dargestellt in **Abbildung 64**, zeigen ebenfalls im laminaren Bereich eine gute Übereinstimmung in den Kurvenverläufen. Im turbulenten Bereich sind die Unterschiede zwischen den Kurvenverläufen bei den Rechnungen mit Preconditioning stärker als bei den Rechnungen ohne Preconditioning.

#### 3.3.1.3 Vergleich zwischen EPSXYZ = 0,0 und EPSXYZ = 0,2 für ZETA = 0,666

Vergleich zwischen der Einstellung EPSXYZ = 0,0 und EPSXYZ = 0,2 für einen konstanten Wert von ZETA = 0,666.

Der Vergleich der  $c_p$ - und  $c_f$ -Verteilungen ist ohne Preconditioning für die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell in **Abbildung 65** und **66** dargestellt, auf den ersten Blick scheinen die Kurven für EPSXYZ = 0,0 und EPSXYZ = 0,2 aufeinander zu liegen, doch in einer Vergrößerung ist ein Einfluss des Parameters erkennbar.

In **Abbildung 67** und **68** ist der Vergleich für das Spalart-Allmaras – Modell ohne Preconditioning dargestellt. Es zeigt sich das gleiche Verhalten, wie für die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell zuvor beschrieben.

Die Ausführungen zum Vergleich der Einstellung EPSXYZ = 0,0 und EPSXYZ = 0,2 für die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning treffen auch auf die Rechnung mit Preconditioning zu. **Abbildung 69** und **70**



Bei dem Vergleich der Rechnungen mit Preconditioning für das Spalart-Allmaras – Modell sind im Bereich der Saugspitze und Bereich der Hinterkante leichte Abweichungen im  $c_p$ -Verlauf erkennbar. Eine Vergrößerung der  $c_p$ -Verteilung (dargestellt in **Abbildung 73**) der **Abbildung 71** und **72** zeigt, dass die stärksten Abweichungen an den Extremwerten im Bereich der Transition und im Bereich der Hinterkante des Profils auftreten.

### 3.3.2 ZETA = 0,5

Des weiteren sind die Rechnungen mit ZETA = 0,5 durchgeführt worden zur Bestimmung der Basiseinstellung für die unterschiedlichen Einstellungen von EPSXYZ.

#### 3.3.2.1 EPSXYZ = 0,0

Die Rechnungen mit den drei Turbulenzmodellen und für die Parametereinstellungen

$$\text{ZETA} = 0,5 \quad \text{und} \quad \text{EPSXYZ} = 0,0 \quad 1,2 \quad 0,0$$

zeigten weder für die Rechnungen ohne Preconditioning noch für die Rechnungen mit Preconditioning eine konvergierte Lösung. Die Dichte-Residuen der Rechnungen ohne Preconditioning sind in **Abbildung 74** und die der Rechnungen mit Preconditioning EPSLOCM = 1,0 sind in **Abbildung 75** dargestellt.

#### 3.3.2.2 EPSXYZ = 0,2

Die Ergebnisse der Rechnungen mit den drei Turbulenzmodellen für die Einstellungen

$$\text{ZETA} = 0,5 \quad \text{und} \quad \text{EPSXYZ} = 0,2 \quad 1,2 \quad 0,0$$

sind im folgenden beschrieben.

Das Dichte-Residuum in der Rechnung mit dem  $k-\omega$  – Modell ohne Preconditioning, weist ein anderes Verhalten auf als bei der Rechnung mit ZETA = 0,666, d.h. es sind deutlich mehr Störungen im Dichte-Residuum erkennbar, **Abbildung 76** und **77**.

Beim Vergleich der Rechnungen mit und ohne Preconditioning ergibt sich ein ähnliches Bild, wie in den Rechnungen mit ZETA = 0,666. Bei der Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell mit Preconditioning würde das Dichte-Residuum mit einer größeren Anzahl von Iterationen noch weiter abnehmen. Man kann aber nun erkennen, dass das Dichte-Residuum nicht mehr so stark fällt und anfängt, sich auf einen Wert einzustellen.

Das Dichte-Residuum bei der Rechnung mit Preconditioning mit dem Spalart-Allmaras – Modell scheint sich schon auf einen Wert eingependelt zu haben. Dies ist in **Abbildung 78** dargestellt, und die Kraftbeiwerte sind in **Abbildung 79** dargestellt. Die Konvergenz der Rechnungen mit Preconditioning für ZETA = 0,5 liegen in ungefähr dem selben Bereich wie diejenigen der Rechnungen für ZETA = 0,666 mit EPSLOCM = 1,0. Im Vergleich der Rechnung mit dem Spalart-Allmaras – Modell mit Preconditioning ( $10^{-4}$ ) mit der Rechnung ohne Preconditioning ( $10^{-6}$ ) ist das Dichte-Residuum um rund eine Größenordnung niedriger.

#### 3.3.2.3 Vergleich zwischen EPSXYZ = 0,0 und EPSXYZ = 0,2 für ZETA = 0,5

Der Vergleich von EPSXYZ = 0,0 und EPSXYZ = 0,2 für ZETA = 0,5 ist nicht möglich, da die Rechnungen – Kapitel 3.3.2.1 – mit der Einstellung

$$\text{ZETA} = 0,5 \quad \text{und} \quad \text{EPSXYZ} = 0,0 \quad 1,2 \quad 0,0$$

für die drei Turbulenzmodelle keine verwertbaren Ergebnisse lieferten.

### 3.3.3 Vergleich von $ZETA = 0,5$ und $ZETA = 0,666$ bei gleicher Einstellung von EPSXYZ

Ein Vergleich der Ergebnisse der Rechnungen mit den unterschiedlichen Einstellungen von  $ZETA = 0,5$  und  $= 0,666$  mit dem konstanten Parameter  $EPSXYZ = 0,0$  ist nicht möglich, aufgrund von den nicht konvergierenden Rechnungen mit  $ZETA = 0,5$ , siehe Kapitel 3.3.2.1.

Die Ergebnisse der Rechnungen ohne Preconditioning, mit den drei Turbulenzmodellen, für die gleiche Einstellung von  $EPSXYZ$  zeigen geringe Abweichungen in den Kurvenverläufen zwischen  $ZETA = 0,666$  und  $ZETA = 0,5$ .

Als Basiseinstellung ist die schon ursprünglich verwendete Parametereinstellung

$$ZETA = 0,666 \quad \text{und} \quad EPSXYZ = 0,0 \quad 1,2 \quad 0,0$$

festgelegt worden. Diese ist aufgrund der Tatsache ausgewählt worden, dass bei dieser Einstellung die meisten Rechnungen gute Ergebnisse (eine gute Konvergenz) geliefert haben. In diesem Fall haben alle Rechnungen, außer die des  $k-\omega$  – Modells mit Preconditioning eine gute Lösung erbracht.

## 3.4 Untersuchung des Einflusses der Viskositätsparameter

Für die weiteren Rechnungen wurde nun die Basiseinstellung siehe Kapitel 3.3 verwendet.

Die Parameter mit dem Namen RVIS in der Eingabe-Datei, sind die Reziprokwerte für die Dissipationsparameter. Die Viskositätsparameter RVIS 2 und RVIS 4 werden systematisch verändert, um ihren Einfluss auf die Ergebnisse der numerischen Strömungssimulation in FLOWer zu untersuchen, damit kommen wir zur eigentlichen Aufgabe dieser Studienarbeit.

### 3.4.1 RVIS 2

Der Basiswert der vorangegangenen Rechnungen für RVIS 2 ist 2,0 gewesen. Im folgenden ist eine stufenweise Variation dieses Parameters vorgenommen worden. RVIS 2 ist in der ersten Stufe für die Werte  $RVIS\ 2 = 4,0$  und  $RVIS\ 2 = 10,0$  gerechnet worden. Die Ergebnisse für die Basiseinstellungen wurden zu Vergleichszwecken aus den zuvor durchgeführten Rechnungen übernommen. In **Abbildung 80** und **81** ist ein Vergleich der Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning mit  $RVIS\ 2 = 2,0$ ,  $RVIS\ 2 = 4,0$  und  $RVIS\ 2 = 10,0$  dargestellt. Es sieht auf den ersten Blick nicht so aus, als würde es einen Unterschied geben. In **Abbildung 82** ist eine Vergrößerung der letzten 50 Iterationen, der Rechnungen der ersten Stufe dargestellt. Dies zeigt den Einfluss von RVIS 2. In der Vergrößerung ist ein Unterschied zwischen den Kurven zu erkennen.

Danach wurden Rechnungen mit den Werten 100,0, 1000,0 und 1000000,0 für RVIS 2 durchgeführt. Die Einstellung  $RVIS\ 2 = 1000000,0$  wird in den Abbildungen mit „RVIS 2 aus“ bezeichnet. Wie in der Beschreibung der Auswertung der ersten Stufe (s.o.) ist auch in der Darstellung nicht auf den ersten Blick eine Abweichung der Kurven sichtbar. In **Abbildung 83** ist eine Ausschnittsvergrößerung der letzten 50 Iterationsschritte dargestellt. Der Auftrieb wird mit größer werdendem RVIS 2 auch größer, in nochmaliger Vergrößerung, dargestellt in **Abbildung 84** ist dies deutlich zu erkennen. Der Widerstand wird kleiner bei einem größeren Wert für RVIS 2, die  $c_w$ -Werte sind in **Abbildung 85** dargestellt.

Die Druckverteilung der Rechnung ohne Preconditioning mit dem Baldwin-Lomax – Modell ist in **Abbildung 86** dargestellt. Es sind auch hier auf den ersten Blick keine Abweichungen der Kurven untereinander erkennbar. In der Vergrößerung des Bereichs, **Abbildung 88**, in dem sich die Saugspitze befindet, sind Abweichungen erkennbar. Mit steigendem Wert von RVIS 2 nimmt auch das Integral der innerhalb der  $c_p$ -Verteilung eingeschlossene Fläche einen größeren Wert an. Die  $c_p$ -Verteilung ist in **Abbildung 87** dargestellt. In **Abbildung 89** ist ein Ausschnitt der Schub-

spannungsverteilung dargestellt, darin ist zu erkennen, dass die Unterschiede zwischen Ober- und Unterseite verschieden groß sind.

Diese Untersuchung wurde auch für das Spalart-Allmaras – Modell durchgeführt, es ergibt sich das selbe Verhalten wie beim Baldwin-Lomax – Modell für die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte, sowie den  $c_p$ - und  $c_f$ -Verlauf. Aus diesem Grund sind nur die  $c_a$ - und  $c_w$ -Verläufe in der Vergrößerung der letzten Iterationsschritte in **Abbildung 90** dargestellt.

Die Saugspitzen der Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell sind in **Abbildung 91** dargestellt, die Saugspitze ist nicht so stark ausgeprägt wie bei dem Baldwin-Lomax – Modell.

Im Dichte-Residuum der Rechnung ohne Preconditioning mit dem  $k-\omega$  – Modell zeigen sich Einflüsse des Parameters RVIS 2. Die Auswirkungen sind bei den Störungen und danach bis ca. 500 Iterationen im Dichte-Residuum deutlich zu erkennen, dargestellt in **Abbildung 92**. Die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte verhalten sich wie bei den beiden anderen Turbulenzmodellen. **Abbildung 93** Die Saugspitze in **Abbildung 94** weist dasselbe Verhalten auf, wie das auch bei den beiden anderen Turbulenzmodellen zu finden ist. In der  $c_f$ -Verteilung, dargestellt in **Abbildung 95**, ist auf der Unterseite des Profils ein anderes Verhalten zu erkennen als beim Baldwin-Lomax – Modell oder Spalart-Allmaras – Modell.

Die Rechnung für das Baldwin-Lomax – Modell mit Preconditioning konvergiert um rund 240 Iterationen schneller auf einen Wert von  $10^{-6}$  als die Rechnung ohne Preconditioning, **Abbildung 96**. Der Auftrieb ist höher bei größeren Werten für RVIS 2 und der Widerstand ist kleiner, dargestellt in **Abbildung 97**. In **Abbildung 98** ist die Ausschnittsvergrößerung der Saugspitze abgebildet, die maximale Abweichung ist zwischen dem Basiswert und ausgeschaltetem RVIS2 und beträgt -0,13%. Das  $c_f$ -Verhalten ist sehr ähnlich der Rechnung ohne Preconditioning.

Bei den Rechnungen für RVIS 2 mit dem Spalart-Allmaras – Modell und Preconditioning sind im Dichte-Residuum und den Auftriebs- und Widerstandsbeiwerten Oszillationen vorhanden, diese sind in **Abbildung 85** dargestellt. Nach 1000 Iterationen war die Rechnung scheinbar auf ein Niveau eingestellt und oszillierte mit einer kleiner werdenden Amplitude. Um eine konstante Amplitude oder bestenfalls keine Schwingungen im Dichte-Residuum zu erhalten, wurden 1000 weitere Iterationen gerechnet. Die Rechnung hat sich auf ein Niveau von rund  $2,5 \cdot 10^{-5}$  eingestellt und oszilliert mit kleiner Amplitude. Es sind auch in diesem Fall anfangs keine Abweichungen der Kurven zwischen den verschiedenen RVIS 2–Werten erkennbar. Eine Vergrößerung der  $c_a$ -Werte ist in **Abbildung 100** dargestellt. Im Auftriebsbeiwert ergibt sich eine Differenz von 0,4‰ zwischen den Extremwerten und dem Mittelwert der Amplitude. In **Abbildung 101** ist eine Vergrößerung des Bereiches, in dem sich die Saugspitze befindet, dargestellt. Es ist zu bemerken, dass sich in diesem Fall keine echte Saugspitze ausgebildet hat. Der  $c_f$ -Verlauf ist in **Abbildung 102** dargestellt. Auf der Oberseite des Profils verlaufen die Kurven wie erwartet. Auf der Unterseite des Profils zeigt sich jedoch ein anderes Verhalten. Der Verlauf der Rechnung mit ausgeschaltetem RVIS 2 verhält sich nicht wie erwartet, auch liegen die beiden Kurven, mit ausgeschaltetem RVIS 2 und mit der Basiseinstellung für RVIS 2, ein Stück entfernt von den anderen.

### 3.4.2 RVIS 4

Um nur den Einfluss des Parameters RVIS 4 zu untersuchen, ist für alle folgenden Rechnungen der Parameter  $k^{(2)}$  ausgeschaltet (RVIS 2 = 1000000,0) worden. Die Werte von RVIS 4 wurden jeweils verdoppelt bzw. halbiert, ausgehend von der Basiseinstellung mit RVIS 4 = 64,0. Zur Untersuchung des Parameters RVIS 4 sollten Rechnungen mit den folgenden Einstellungen durchgeführt werden:

$$\text{RVIS 4} = 32,0; \quad 64,0; \quad 128,0; \quad 256,0; \quad 512,0; \quad 1024,0; \quad 2048,0.$$

Die Rechnungen für die drei Turbulenzmodelle mit der Basiseinstellung ist schon bei der Untersuchung mit RVIS 2 – siehe vorangegangenes Kapitel – durchgeführt worden. Die Ergebnisse wurden im Folgenden als Ausgangsrechnungen benutzt.

In **Abbildung 103** sind die Dichte-Residuen für die Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Rechnungen mit RVIS 4 > 256,0 bis 750 Iterationen keine Konvergenz aufweisen. Die Kraftbeiwerte, dargestellt in **Abbildung 104**, zeigen besonders für RVIS 4 = 512 stärker werdende Oszillationen.

Bei den Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell in **Abbildung 105** und **106** gelten auch die Aussagen, dass sich für die Rechnungen bis 750 Iterationen mit einem Wert von RVIS 4 > 256,0 keine konvergierten Lösungen mehr ergeben, bei unveränderter Einstellung der anderen Parameter.

Die Rechnungen mit dem  $k-\omega$  – Modell **Abbildung 107** und **108** ohne Preconditioning weisen dieselben Verhaltensweisen auf. Die Rechnung mit RVIS 4 = 128,0 mit dem  $k-\omega$  – Modells zeigt jedoch im Gegensatz zu den beiden anderen Turbulenzmodellen auch schon leichte Störungen der Konvergenz.

In **Abbildung 109** ist die Druckverteilung für die ersten drei Einstellungen von RVIS 4 für die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning dargestellt, über den gesamten Kurvenverlauf sind Unterschiede zu erkennen. Sehr deutlich werden die unterschiedlichen Verläufe im Bereich der Saugspitze und im gesamten laminaren Strömungsbereich, sowie an der Hinterkante des Profils. Mit größeren Werten für RVIS 4 wird die von der  $c_p$ -Verteilung eingeschlossene Fläche auch größer. Die Saugspitze ist in **Abbildung 115** dargestellt, es treten schon leichte Störungen im Verlauf der Druckverteilung bei RVIS 4 = 256 auf.

Die Schubspannungsverteilung ist in **Abbildung 110** für die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning dargestellt. Mit größerem Wert für RVIS 4 nimmt die Stromaufwirkung ab, die Steigung im Bereich der Transition wird größer und auch der Abstand zwischen den Extremwerten nimmt zu.

Die  $c_p$ -Verteilungen, dargestellt in **Abbildung 111**, bei der Rechnung mit dem Spalart-Allmaras – Modell für unterschiedliche Einstellungen von RVIS 4 weist größere Unterschiede auf als diejenigen bei der Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell. Im Gegensatz zum Baldwin-Lomax – Modell wird beim Spalart-Allmaras – Modell die von der  $c_p$ -Verteilung eingeschlossene Fläche kleiner, mit größeren Werten für RVIS 4. In **Abbildung 116** ist die Saugspitze dargestellt, sie verhält sich entgegengesetzt dem Baldwin-Lomax - Modell.

Das Verhalten im  $c_f$ -Verlauf des Spalart-Allmaras – Modells in **Abbildung 112** ist ähnlich demjenigen für das Baldwin-Lomax – Modell, lediglich im turbulenten Bereich ist ein anderes Verhalten zu erkennen.

Bei den Rechnungen mit dem  $k-\omega$  – Modell ohne Preconditioning, **Abbildung 113**, weichen die  $c_p$ -Verteilungen nicht so stark voneinander ab wie bei denen mit dem Spalart-Allmaras – Modell. In **Abbildung 117** ist eine Vergrößerung der  $c_p$ -Verteilung im Bereich der Profilnase dargestellt. Die Kurven weisen unterschiedliche Verläufe auf, besonders die  $c_p$ -Verteilung der Rechnung mit RVIS 4 = 32 weicht von den beiden anderen abgebildeten Kurven ab. Die  $c_f$ -Verteilung verhält sich im Wesentlichen wie die der beiden anderen Turbulenzmodelle. Im voll turbulenten Strömungsbereich der Oberseite des Profils sind die Abweichungen jedoch nicht so groß, dies ist in **Abbildung**

**114** dargestellt. Die **Abbildung 118** stellt einen Ausschnitt der  $c_p$ -Verteilungen der Unterseite im Nasenbereich dar, dabei zeigen sich Störungen beim Verlauf von  $RVIS = 256$ . Diese sind auch bei den anderen Turbulenzmodellen erkennbar.

Die Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell mit Preconditioning weisen glattere Dichte-Residuen, d.h. ohne Oszillationen oder Sprünge auf. Alle Rechnungen wurden durch den Parameter FOTOL – Kapitel 2.1 und Anhang: Eingabe-Datei – beendet. Die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte zeigen auch einen glatteres Kurvenverhalten, **Abbildung 119** und **120**.

In **Abbildung 121** und **122** sind die Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell mit Preconditioning dargestellt. Für die Rechnungen mit  $RVIS\ 4 = 32,0$ ;  $64,0$  und  $128,0$  fällt das Dichte-Residuum auf rund  $10^{-5}$ . Es treten in den Dichte-Residuen sowie in den Kraftbeiwerten, Oszillationen auf.

Bei den Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell mit Preconditioning,  $EPSLOCM = 1,0$ , treffen im wesentlichen auch die Aussagen zur  $c_p$ - und  $c_f$ -Verteilung aus den Rechnungen ohne Preconditioning zu. **Abbildung 123** und **124** Der sogenannte S-Schlag – siehe Kapitel 1.4 – ist deutlicher ausgeprägt insbesondere bei der Rechnung mit  $RVIS\ 4 = 128,0$ .

In **Abbildungen 125** und **126** sind die Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell mit Preconditioning,  $EPSLOCM = 1,0$ , dargestellt. Die  $c_p$ -Verteilungen weisen größere Unterschiede auf, auch hat sich keine „richtige“ Saugspitze ausgebildet. Auf der Unterseite des Profils weicht der  $c_f$ -Verlauf der Rechnung mit  $RVIS\ 4 = 128,0$  im turbulenten Bereich stark von den Verläufen der beiden anderen Rechnungen ab.

Da die Rechnungen ohne Preconditioning mit den Einstellungen  $RVIS\ 4 \geq 256,0$  keine Konvergenz erbrachten, wurde die CFL-Zahl von 7,5 auf 5,5 gesetzt. Ein Heruntersetzen der CFL-Zahl führte in vorausgegangenen Rechnungen meist zu einer besseren Konvergenz, stabilere Lösung, nicht so in diesem Fall. In **Abbildung 127** und **128** sind die Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell dargestellt. Nach 750 Iterationen erfolgte der Restart mit reduzierter CFL-Zahl für die Rechnungen von  $RVIS\ 4 = 256,0$  und  $RVIS\ 4 = 512,0$ , das Dichte-Residuum steigt an und schwingt sehr stark. Es gibt keine konvergierte Lösung.

Dies gilt ebenfalls für die Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell und dem  $k-\omega$  – Modell. Die Dichte-Residuen sind in den **Abbildungen 129** und **131** dargestellt und die Kraftbeiwerte in den **Abbildungen 130** und **132**.

Die Rechnungen ohne Preconditioning bei den drei Turbulenzmodellen erbrachten für die Einstellungen  $RVIS\ 4 \geq 300,0$  keine Konvergenz.

Die Dichte-Residuen für die Rechnungen mit  $RVIS\ 4 = 256,0$  für alle verwendeten Turbulenzmodelle weisen ein ähnliches Verhalten auf wie die Rechnungen mit den geringeren Werten für  $RVIS\ 4$ . Sie zeigen jedoch keinen glatten Kurvenverlauf, sondern Schwankungen. Für die Rechnungen mit  $RVIS\ 4 = 256,0$  ohne Preconditioning erfolgten Restarts um das Verhalten der Konvergenz zu verfolgen. Die Rechnungen sind im folgenden beschrieben.

Für die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning mit der Einstellung  $RVIS\ 4 = 256,0$  ist ein Restart bei 750 Iterationen durchgeführt worden. Der Restart wurde nach 6235 Iterationsschritten durch FOTOL abgebrochen. Das Dichte-Residuum ist bis auf  $10^{-8}$  gesunken, es zeigen sich auch weiterhin Oszillationen, jedoch nun mit konstanter Amplitude. Dies ist in **Abbildung 133** dargestellt. Die Kraftbeiwerte stellt die **Abbildung 134** dar.

Gleiches gilt auch für die Rechnung mit dem Spalart-Allmaras – Modell, dargestellt in den **Abbildungen 135** und **136**.

Für die Rechnung mit dem  $k-\omega$  – Modell sinkt das Dichte-Residuum auch auf  $10^{-8}$ , die Amplituden der Oszillationen sind geringer als bei den beiden anderen Turbulenzmodellen. Desweiteren zeigen sich nach dem Restart bei 1000 Iterationen keine Störungen in Form von Spitzen im Dichte-

Residuum. Die Dichte-Residuen sind in **Abbildung 137** und die Kraftbeiwerte in **Abbildung 138** dargestellt.

In **Abbildung 139** sind die Dichte-Residuen der Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell für die Einstellungen  $RVIS\ 4 = 256,0$  und  $RVIS\ 4 = 300,0$  dargestellt und in **Abbildung 140** die  $c_a$ - und  $c_w$ -Werte. Das Dichte-Residuum für die Rechnung mit  $RVIS\ 4 = 256,0$  fällt auf  $10^{-8}$ , während das Dichte-Residuum für die Rechnung mit  $RVIS\ 4 = 300,0$  auf  $10^{-4}$  fällt und danach wieder steigt, bis es sich bei  $10^{-3}$  einpendelt.

Für die Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell ohne Preconditioning zeigt sich wie bei den Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell, dass sich keine konvergierten Lösungen für größere Werte als  $RVIS\ 4 = 256,0$  ergeben, **Abbildungen 141** und **142**.

Die Dichte-Residuen der Rechnungen mit dem Wilcox  $k-\omega$  – Modell für die Einstellungen  $RVIS\ 4 = 256$  bis  $512$  sind in **Abbildung 143** dargestellt. Bei der Rechnung mit dem  $k-\omega$  – Modell zeigen sich extreme Ausschläge im Widerstand und ein extremer Ausschlag im Auftrieb, **Abbildung 144**.

Die für  $RVIS\ 4 = 512,0$  in **Abbildung 145** dargestellte  $c_p$ -Verteilung der Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning zeigt sehr deutliche Störungen in Form von Oszillationen. Die Rechnung mit dem Parameter  $RVIS\ 4 = 300,0$  weist ähnliche Störungen auf, diese Störungen sind jedoch nicht so stark ausgeprägt. In der  $c_f$ -Verteilung ist zu erkennen, dass die Stromaufwirkung abnimmt mit steigendem Wert für  $RVIS\ 4$ . Das Verhalten (S-Schlag) im  $c_p$ -Verlauf wird deutlicher erkennbar mit zunehmendem  $RVIS\ 4$ . In der  $c_f$ -Verteilung, dargestellt in **Abbildung 146**, sind die Störungen nicht erkennbar.

Das selbe Verhalten ist auch bei den Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell, **Abbildungen 147** und **148**, und dem  $k-\omega$  – Modell, **Abbildungen 149** und **150**, erkennbar.

In **Abbildung 151** sind die Dichte-Residuen für die Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell mit Preconditioning dargestellt. Bei den Rechnungen mit den Einstellungen  $RVIS\ 4 = 300,0$  und  $RVIS\ 4 = 512,0$  benötigt das Dichte-Residuum mehr Iterationen um ungefähr die selben Werte zu erreichen, es zeigen sich jedoch Oszillationen, die mit einer konstanten Amplitude schwingen.

Für die Rechnung mit dem Spalart-Allmaras – Modell zeigt sich im Dichte-Residuum für die Einstellung  $RVIS\ 4 = 512,0$  eine wieder größer werdende Amplitude, **Abbildung 152**.

In **Abbildung 153** ist die  $c_p$ -Verteilung der Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell mit Preconditioning für die Einstellungen  $RVIS\ 4 = 32,0$  bis  $RVIS\ 4 = 512,0$  dargestellt. Es zeigt sich, dass die Störung im  $c_p$ -Verhalten im Bereich der Transition mit steigenden Werten für  $RVIS\ 4$  größer wird. Bei der  $c_f$ -Verteilung, dargestellt in **Abbildung 154**, im Bereich der Transition ist erkennbar, dass die Stromaufwirkung mit steigenden Werten für  $RVIS\ 4$  abnimmt und die Steigung zunimmt.

Für die Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell mit Preconditioning sind die Druck- und Schubspannungsverteilungen in den **Abbildung 155** und **156** dargestellt. Es sind zu den Kurven in **Abbildung 125** noch die Ergebnisse aus den Rechnungen mit  $RVIS\ 4 = 256,0$  bis  $RVIS\ 4 = 512,0$  aufgezeigt. Der Kurvenverlauf der Schubspannungsverteilung im turbulenten Bereich der Oberseite der beiden neuen Einstellungen entspricht dem Verlauf von  $RVIS\ 4 = 256,0$ .

In den **Abbildungen 157** bis **159** sind alle für das Baldwin-Lomax – Modell mit Preconditioning durchgeführten Rechnungen mit  $RVIS\ 4$  dargestellt. Die Rechnung mit  $RVIS\ 4 = 2048,0$  benötigt am längstem zum konvergieren, sie wurde durch Erreichen von  $RESTOL = 1,0 \cdot 10^{-6}$  beendet. Das Dichte-Residuum und die Kraftbeiwerte weisen Oszillationen auf.

In den **Abbildungen 160 bis 162** sind die Kraftbeiwerte und die Dichte-Residuen für alle Variationen von RVIS 4 für die Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell mit Preconditioning dargestellt. Die zu **Abbildung 151** gemachten Ausführungen zu den Dichte-Residuen treffen auch für die Werte  $RVIS\ 4 = 1024,0$  und  $RVIS\ 4 = 2048,0$  zu.

Die Druckverteilungen der Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell mit Preconditioning sind in **Abbildung 163** dargestellt. Die **Abbildung 169** stellt  $c_f$ -Verteilungen im Transitionsbereich dar. Im folgenden sind zur besseren Übersicht nur die Kurven von  $RVIS\ 4 = 32$ ,  $RVIS\ 4 = 1024$  und  $RVIS\ 4 = 2048$  eingezeichnet. Die Störungen in der  $c_p$ -Verteilung breiten sich für größer werdende Werte für RVIS 4 aus, d.h. der Bereich in dem die Störung auftritt und die Amplitude der Ausschläge wird größer. Dies ist besonders deutlich in **Abbildung 164** zu erkennen. Für die  $c_f$ -Verteilung, dargestellt in **Abbildung 165**, zeigt sich im Bereich der Transition, dass die Anzahl der Punkte zwischen dem minimalen Wert und dem maximalen Wert im  $c_f$  abnimmt. Auf der Profilerseite für die Einstellung  $RVIS\ 4 = 2048,0$  sind einschließlich der Extremwerte nur noch 4 Punkte vorhanden, bei  $RVIS\ 4 = 32,0$  sind es 8 Punkte. Die Steigung ist sehr groß und die Stromaufwirkung nimmt ab.

Bei den Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell mit Preconditioning treten die Effekte (Störungen) in der  $c_p$ - und  $c_f$ -Verteilung nicht so stark auf wie beim Baldwin-Lomax – Modell. Die  $c_p$ -Verteilungen der Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell mit Preconditioning sind in **Abbildung 166** dargestellt und in **Abbildung 167** ist eine Vergrößerung des Ausschnitts der Oberseite des Transitionsbereiches dargestellt. In dem Ausschnitt der Druckverteilung ist ein komplett anderes Verhalten der Kurven sichtbar, es zeigen sich keine Ausschläge nach beiden Seiten, sondern nur in eine Richtung. Die Kurven der  $c_f$ -Verteilung von  $RVIS\ 4 = 1024,0$  und  $RVIS\ 4 = 2048,0$  weichen auch nicht so stark voneinander ab, wie beim Baldwin-Lomax – Modell, dies wird deutlich beim Vergleich von **Abbildung 165** mit **168**.

In **Abbildung 170** ist für die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning und  $RVIS\ 4 = 512$  ein Vergleich des  $c_f$ -Verhaltens im Bereich der Transition für das Minimum und das Maximum der Oszillation in Widerstand dargestellt.

Für die Rechnung mit dem Spalart-Allmaras – Modell mit Preconditioning und  $RVIS\ 4 = 2048$  **Abbildung 160** wurde ebenfalls eine Untersuchung des Einflusses zwischen dem Minimum und dem Maximum im Widerstandsbeiwert durchgeführt, diese ist in **Abbildung 172** dargestellt. Der Unterschied zwischen dem Maximum und dem Minimum beträgt einen Iterationsschritt, von 10000 auf 10001. Die unterschiedlichen Kurvenverläufe sind klar zu erkennen, es ergibt sich in der  $c_f$ -Verteilung am Maximum im Bereich der Transition auf der Profilerseite eine Differenz von 44,07% zwischen dem Maximalen Wert im Widerstand und dem Minimalen Wert im Widerstand. In **Abbildung 171** ist ebenfalls dieser Vergleich dargestellt, nur für die Rechnung mit dem Spalart-Allmaras – Modell ohne Preconditioning mit  $RVIS\ 4 = 512$ . Bei der Rechnung ohne Preconditioning treten nicht solche großen Unterschiede zwischen den Kurven im  $c_f$ -Verhalten auf wie bei der Rechnung mit Preconditioning.

### 3.5 Einfluss des Residuumlätens

In diesem Kapitel geht es um die Untersuchung des Einflusses des Residuumlätens auf die Rechnungen – siehe Kapitel 2.4. Alle bisher durchgeführten Rechnungen sind mit der Einstellung  $ISMOO = 2$  erfolgt, d.h. das Residuumlät war angeschaltet. Zur Untersuchung des Einflusses des Residuumlätens sind die Einstellungen  $RVIS\ 2 = 1000000$  und  $RVIS\ 4 = 64$  als Basiseinstellung für die folgenden Rechnungen verwendet worden.

Es wurde eine Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning ohne implizites Residuumlät durchgeführt und in **Abbildung 173** dargestellt. In den Kraftbeiwerten zeigt sich noch keine stabile Lösung der Rechnung, das Dichte-Residuum ist auf einen Wert von  $10^{-3}$  gefallen.

Um stabile Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte zu erhalten, sollten nochmals 10000 Iterationen gerechnet werden. Die Ergebnisse für die Rechnung bis 15000 Iterationen ist in **Abbildung 174** sichtbar, nun sind die Kraftbeiwerte stabil.

In **Abbildung 175** sind die Dichte-Residuen der drei Turbulenzmodelle der Rechnungen ohne Residuumlätens für die Einstellung  $ZETA = 0,666$  dargestellt. Die dazu gehörigen Kraftbeiwerte dieser Rechnungen sind in **Abbildung 176** dargestellt.

In **Abbildung 177** ist die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning mit der Einstellung  $ISMOO = 1$  und unverändertem EPSXYZ dargestellt. Diese Rechnung zeigt keine Konvergenz, auch ist die gewählte Einstellung von EPSXYZ für die Einstellung  $ISMOO = 1$  nicht geeignet. Bei  $ISMOO = 1$  müssen die Koeffizienten festgeschrieben sein in der Eingabe-Datei und nicht variabel wie bei  $ISMOO = 2$ .

Auch die in **Abbildung 178** dargestellte, angepasste Einstellung von  $EPSXYZ = 0,5 \ 0,5 \ 0,5$  und eine CFL-Zahl von 3,5 zeigen keine konvergierende Lösung.

In **Abbildung 179** ist die Rechnung für das Baldwin-Lomax - Modell mit Preconditioning dargestellt. Für die Rechnung mit Preconditioning ergibt sich eine Lösung mit weniger starken Störungen, als bei der Rechnung ohne  $EPSLOCM = 1,0$ . Jedoch ergibt sich auch hier keine wirklich konvergierte Lösung, da das Dichte-Residuum erst fällt und dann wieder ansteigt und das sich bei rund  $1,5 \cdot 10^{-2}$  einpegelt.

Die in **Abbildung 180** dargestellte Rechnung wurde mit der Einstellung  $EPSLOCM = 2$  und einer CFL-Zahl von 3,0 durchgeführt, da laut Handbuch die Einstellung EPSLOCM für schwierigere Fälle auf 2 oder 3 gesetzt werden soll. Bei dieser Einstellung sinkt das Dichte-Residuum auf einen geringeren Wert, zeigt anschließend aber auch ein wieder steigendes Dichte-Residuum.

Die Rechnung mit der Einstellung  $EPSLOCM = 3,0$  und einer CFL-Zahl von 3,0 ist in **Abbildung 181** dargestellt. Bei dieser Einstellung sinkt das Dichte-Residuum auf einen noch geringeren Wert, es zeigt sich anschließend jedoch ein wieder steigendes Dichte-Residuum. Das Dichte-Residuum pendelt sich auf einen geringeren Wert ein, als bei den beiden vorangegangenen Rechnungen mit Preconditioning.

In **Abbildung 182** ist die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell mit  $EPSLOCM = 1$  und  $ISMOO = 1$  – siehe Kapitel 2.4 – dargestellt. Zu beachten ist dabei, dass für diese Rechnung die variable Einstellung verwendet wurde, anstatt der konstanten Einstellung für EPSXYZ. Auch bei dieser Rechnung steigt das Dichte-Residuum nach anfänglichem Sinken wieder an.

Ein Vergleich zwischen aus- und eingeschaltetem Residuumlätens ( $ISMOO = 0$  und  $ISMOO = 2$ ) ist für das Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning als Vergrößerung der letzten Iterationsschritte in **Abbildung 183** dargestellt. In beiden Rechnungen ist der Wert von ZETA auf 0,666 und die CFL-Zahl auf 3,5 eingestellt worden. Es ist sichtbar, dass die Kraftbeiwerte bei der Rechnung mit variablem Residuumlätens ein stabileres Verhalten nach 15000 Iterationen aufweisen als die Kraftbeiwerte der Rechnung ohne Glätens. Im Auftriebs- und Widerstandsbeiwert zeigen sich für die Rechnung mit  $ISMOO = 0$  immer schwächer werdende Oszillationen im Verlauf der letzten 5000 Iterationen. Der Auftriebsbeiwert der Rechnung mit Residuumlätens liegt geringfügig unter dem der Rechnung ohne Residuumlätens, ebenso verhält es sich beim Widerstandsbeiwert.

In **Abbildung 184** ist der Vergleich für die Wandschubspannungsverteilungen dargestellt. Am deutlichsten zeigen sich die Abweichungen diesmal auf der Profilunterseite in der Schubspannungsverteilung. In der Druckverteilung werden die Unterschiede erst sichtbar, wenn man sich den Kurvenverlauf vergrößert anschaut, dies ist graphisch jedoch sehr schlecht darstellbar.



Im Folgenden soll eine Untersuchung für die verschiedenen ZETA-Einstellungen erfolgen. ZETA wird stufenweise untersucht, bisher sind nur Rechnungen mit  $ZETA = 0,666$  für das Residuumglätten behandelt worden. Als erste Stufe erfolgten die Rechnungen mit Einstellungen von ZETA um den Basiswert, d.h. Werte von ZETA zwischen 0,4 und 0,8.

$$ZETA = \quad 0,4 \quad 0,5 \quad 0,6 \quad 0,7 \quad 0,8$$

Und als zweite Stufe die restlichen Werte für ZETA zwischen 0,0 und 1,0 in 0,1er Schritten. Insgesamt wurden für die drei Turbulenzmodelle 12 verschiedene ZETA – Einstellungen, jeweils für aus- und eingeschaltetes Residuumglätten, untersucht. Die zwölf Einstellungen für ZETA sind:

$$0,0 \quad 0,1 \quad 0,2 \quad 0,3 \quad 0,4 \quad 0,5 \quad 0,6 \quad 0,666 \quad 0,7 \quad 0,8 \quad 0,9 \quad 1,0.$$

### 3.5.1 Variation von ZETA bei ISMOO = 0

Die Rechnungen ohne Residuumglätten sind alle als single-grid – Rechnung durchgeführt worden.

In **Abbildung 185** sind die Dichte-Residuen der Rechnungen der ersten Stufe für das Baldwin-Lomax – Modell ohne Residuumglätten und ohne Preconditioning dargestellt. Alle Rechnungen wurden mit einer CFL-Zahl von 3,5 durchgeführt. Für die Rechnungen von  $ZETA = 0,4$  bis  $ZETA = 0,8$  erfolgte ein sogenannter Restart – siehe Kapitel 2.9 – mittels der Restart-Datei der Rechnung mit  $ZETA = 0,666$  nach 20000 Iterationen. Durch die in der Eingabe-Datei geänderte Einstellung von ZETA, erfolgt beim Restart ein Sprung, dieser wird besonders im Dichte-Residuuum sichtbar. Nach dem sprunghaften Anstieg beginnt das Dichte-Residuuum wieder zu fallen. Nach ungefähr 5000 gerechneten Iterationen beginnen sich die Dichte-Residuen der unterschiedlichen Einstellungen für ZETA auf einen Wert einzupendeln. In der Vergrößerung der letzten 1000 Iterationsschritte der Dichte-Residuen und der  $c_a$ -Werte ist deutlich erkennbar, dass die Dichte-Residuen nahe beieinander liegen und oszillieren. Dies ist in **Abbildung 186** dargestellt. Desweiteren ist in den **Abbildungen 187** und **188** sichtbar, dass die Kurven der Kraftbeiwerte mit dem Restart für kleinere ZETA-Werte kleiner werden und für größere ZETA-Werte größer werden.

Die  $c_p$ -Verteilung und die  $c_f$ -Verteilung der Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning für die unterschiedlichen Einstellungen von ZETA sind in den **Abbildungen 189** und **190** dargestellt. Es ist im  $c_f$ -Verlauf im Bereich der Transition erkennbar, dass mit zunehmenden Werten für ZETA der Bereich der Stromaufwirkung größer wird und die Steigung geringer wird. Die Störung (S-Schlag) im  $c_p$ -Verlauf im Transitionsbereich nimmt für kleinere Werte von ZETA zu.

Die selben Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell für unterschiedliche ZETA-Werte wurden auch mit der Preconditioningeinstellung  $EPSLOCM = 3$  durchgeführt, die Dichte-Residuen dieser Rechnungen sind in **Abbildung 191** dargestellt, trotz der nicht wirklich konvergierenden Lösung bei der Rechnung mit  $ZETA = 0,666$ . Die Dichte-Residuen für die unterschiedlichen Einstellungen von ZETA zeigen nicht so wie bei den Rechnungen ohne Preconditioning direkt nach dem Restart Sprünge, sondern ein verhältnismäßig langsames Auseinandergehen der Dichte-Residuen. Dieses auseinander Triften ist auch bei den Kraftbeiwerten in den **Abbildungen 192** und **193** zu erkennen, es zeigen sich auch sehr starke Oszillationen.

In den **Abbildungen 194** und **195** sind in den  $c_p$ -Verteilungen und  $c_f$ -Verteilungen der Oberseite besonders im turbulenten Strömungsbereich starke Oszillationen erkennbar, statt eines glatten Verlaufes.

Aufgrund dieses Verhaltens sind die **Abbildungen 196-199** angefertigt worden. Diese Abbildungen sind für die Rechnung mit  $EPSLOCM = 3,0$  und  $ZETA = 0,4$  stellvertretend für die Rechnungen mit den anderen ZETA-Werten der ersten Stufe aufgezeigt.

**Abbildung 196** stellt das Druckfeld am Profil dar. Dabei ist die blasenähnliche Verteilung im turbulenten Bereich in der Nähe der Profiloberfläche zu beachten, diese ist im Idealfall der Strömung nicht vorhanden. Ein vergrößerter Ausschnitt des hinteren Bereichs des Profils ist im nächsten Bild

dargestellt. Dieses zeigt ebenfalls das Druckfeld, und zusätzlich sind noch einige Stromlinien eingezeichnet. Einige der Stromlinien direkt oberhalb der Profiloberfläche nähern sich dieser und scheinen darauf zu enden. Dies kann aber in der physikalischen Welt nicht geschehen. Die **Abbildung 197** zeigt die Geschwindigkeitsvektoren für drei Punkte im turbulenten Strömungsbereich, in dem die Störung auftritt. Der erste Geschwindigkeitsvektor sieht wie zu erwarten aus, der dritte Geschwindigkeitsvektor jedoch scheint in das Profil hinein zulaufen. Der dritte Geschwindigkeitsvektor ist nochmals vergrößert in **Abbildung 198** dargestellt. Der in **Abbildung 199** Geschwindigkeitsvektor zeigt eine beginnende Strömungsablösung vom Profil.

In den **Abbildung 200** und **201** ist ein Vergleich der Rechnungen des Baldwin-Lomax – Modells mit Preconditioning für zwei unterschiedliche CFL-Zahlen dargestellt. Zum einen beträgt  $CFL = 2,0$  und zum anderen  $3,0$ . In den Kraftbeiwerten zeigen sich nach 10000 Iterationen keine wesentlichen Unterschiede in den Werten. Das Dichte-Residuum für  $CFL = 2,0$  benötigt mehr Iterationsschritte um das Minimum zu erreichen, bevor es wieder ansteigt.

Auf die Störungen im  $c_p$ - Verlauf, dargestellt in **Abbildung 202**, und im  $c_f$ -Verlauf, **Abbildung 203**, scheint die Herabsetzung der CFL-Zahl keine Verbesserung des Verhaltens zu erreichen.

Die Dichte-Residuen aller durchgeführten Variationen von ZETA der Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning sind **Abbildung 204** dargestellt. Die  $c_a$ -Werte sind in **Abbildung 205** und die  $c_w$ -Werte, als Ausschnittsvergrößerung in **Abbildung 206** dargestellt. Wie für die Rechnungen der ersten Stufe beschrieben – siehe **Abbildung 171** – gilt auch für die restlichen Einstellungen von ZETA, dass nach dem Restart ein Sprung aufgrund der geänderten Einstellung in der Eingabe-Datei erfolgt und anschließend die Dichte-Residuen um einen Wert mehr oder weniger stark oszillieren.

Dargestellt sind die Druck- und Schubspannungsverteilungen für die Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning für alle untersuchten ZETA-Einstellungen von  $0,0$  bis  $1,0$ . Die  $c_p$ -Verteilung ist dargestellt in **Abbildung 207**, es zeigt sich, dass das Integral der in der  $c_p$ -Verteilung eingeschlossenen Fläche für größere Werte von ZETA ebenfalls größer wird. In der Schubspannungsverteilung ist zu bemerken, dass mit größer werdenden Werten für ZETA die Stromaufwirkung auch größer wird. Die Steigung wird für kleinere Einstellungen von ZETA immer größer. In der **Abbildung 208** ist der Bereich um das Minimum in der  $c_f$ -Verteilung der Oberseite stark vergrößert abgebildet. Im Bereich der Transition sind für die Druckverteilungen stärkere Störungen sichtbar bei kleiner werdenden Werten für ZETA.

In **Abbildung 209** sind die Kurvenverläufe von drei Rechnungen dargestellt. In erster Linie sollen die Dichte-Residuen der Rechnungen mit  $ZETA = 0,666$  verglichen werden, die Rechnungen sind mit  $EPSLOCM = 3$  und  $CFL = 3,0$  durchgeführt worden. Aufgrund der nicht konvergierenden Rechnungen für Preconditioning, sind in die von mir benutzte FLOWer-Version Modifikationen des Preconditionings durch Dr. Frédéric le Chuiton eingebaut worden. Für die Rechnung mit der Modifikation sinkt das Dichte-Residuum weiter, jedoch fängt es auch nach ungefähr 4500 Iterationen wieder an zu steigen. Die Kurven der Kraftbeiwerte der modifizierten Rechnung liegen näher an den Ergebnissen der Rechnung mit  $ZETA = 0,4$  als an den Ergebnissen der nicht modifizierten Version mit  $ZETA = 0,666$ . Die Kraftbeiwerte sind vergrößert in **Abbildung 210** dargestellt.

Die **Abbildung 211** stellt die Dichte-Residuen für den Vergleich der Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell vor und nach den Modifikationen des Preconditionings für  $ZETA = 0,666$  dar. Die Dichte-Residuen beider Rechnungen steigen wieder an. Die Rechnung der modifizierten Variante fällt weiter, bevor es zu steigen beginnt.

Die  $c_f$ -Verteilungen und die  $c_p$ -Verteilungen für die Rechnungen mit  $ZETA = 0,666$  mit und ohne den Modifikationen für das Preconditioning sind in den **Abbildungen 212** und **213** dargestellt. Die Kurvenverläufe auf der Profiloberseite sowohl für die  $c_f$ -Verteilung und die  $c_p$ -Verteilung im turbulenten Strömungsbereich weisen bei der Rechnung mit der modifizierten Variante des Preconditionings nicht mehr solche starken Störungen auf, jedoch auch hier zeigen sich weiterhin Störungen.

In **Abbildung 214** sind für die Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell mit  $\text{EPSLOCM} = 3,0$  und  $\text{ZETA} = 0,666$ , die Kurvenverläufe der unterschiedlichen Rechnungen dargestellt. Die ursprüngliche Rechnung wurde mit  $\text{CFL} = 3,0$  ohne Modifikation des Preconditionings bis 10000 Iterationen gerechnet. Bei der nächsten Rechnung wurde eine geringere CFL-Zahl von 2,0 eingestellt, und die dritte Rechnung wurde wieder mit einer CFL-Zahl von 3,0 und der neueren Version des Preconditionings gerechnet. Die Endwerte der Dichte-Residuen liegen alle in der selben Größenordnung.

Für die drei genannten Rechnungen sind die  $c_p$ - und die  $c_f$ -Verteilungen in den **Abbildung 215** und **216** dargestellt. Die modifizierte Rechnung weist die geringsten Störungen unter den Rechnungen mit  $\text{CFL} = 3,0$  auf. Der Unterschied des Einflusses der CFL-Zahl bei der nicht modifizierten Variante kann nicht genau untersucht werden, da es eine Phasenverschiebung zwischen den Kurvenverläufen gibt. Dies gilt sowohl für die  $c_p$ -Verteilung als auch für die  $c_f$ -Verteilung.

Die Rechnung mit dem Spalart-Allmaras – Modell ohne Preconditioning sowie ohne Residuumlglätten ist in **Abbildung 217** dargestellt. Das Dichte-Residuum fällt trotz der Oszillationen konstant über die gesamten 20000 Iterationen, und auch die Kraftbeiwerte oszillieren um einen festen Wert, so dass die Rechnung als konvergiert angesehen werden kann.

Die Druck- und Schubspannungsverteilungen für die Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell ohne Preconditioning der Einstellungen  $\text{ISMOO} = 0$  und  $\text{ISMOO} = 2$  sind in den **Abbildungen 218** und **219** dargestellt. In der Schubspannungsverteilung der Oberseite ist zu erkennen, dass die Kurvenverläufe im laminaren Strömungsbereich relativ nahe beieinander liegen, während im Transitionsbereich und dahinter die Abweichungen zwischen den Kurvenverläufen sehr groß sind. Auf der Profilunterseite sind schon Unterschiede zwischen den Kurvenverläufen im laminaren Bereich sichtbar, jedoch weichen sie am maximalen Punkt der  $c_f$ -Verteilung im Bereich der Transition nicht so stark ab. Die Fläche, die von Druckverteilung bei der Rechnung mit  $\text{ISMOO} = 0$  eingeschlossen wird, ist größer als die Fläche der Rechnung mit  $\text{ISMOO} = 2$ .

In **Abbildung 220** ist die Rechnung für das Spalart-Allmaras – Modell mit  $\text{EPSLOCM} = 3,0$  und einer CFL-Zahl von 1,5 dargestellt. Nach etwas mehr als 7700 Iterationen steigt das Dichte-Residuum unerwartet an und fängt sich auch nicht wieder. Das Überraschende ist, dass sich der plötzliche Anstieg nicht auch in den Kraftbeiwerten bemerkbar macht.

Die zu dieser Rechnung gehörende Druck- und Schubspannungsverteilung sind in **Abbildung 221** und **222** dargestellt. Es machen sich sehr starke Störungen bemerkbar.

Das Druckfeld, **Abbildung 223**, und das Dichtefeld, **Abbildung 224**, für die Rechnung mit dem Spalart-Allmaras – Modell weisen ähnlich wie das Druckfeld bei der Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell aus **Abbildung 196** einen blasenähnlichen Verlauf im turbulenten Bereich auf. Einige der Stromlinien scheinen auch auf der Profiloberfläche zu enden. In **Abbildung 225** ist die hintere Profilhälfte dargestellt, es sind Stromlinien eingezeichnet, welche scheinbar auf dem Profil enden. Dieses kann aber eigentlich physikalisch geschehen.

In **Abbildung 226** sind die Rechnungen mit und ohne Preconditioning für das Wilcox  $k-\omega$  – Modell mit einer CFL-Zahl von 2,0 dargestellt. Das Dichte-Residuum der Rechnung ohne Preconditioning sinkt kontinuierlich ab, und die Kraftbeiwerte zeigen noch leichte Schwingungen.

Die in den **Abbildungen 227** und **228** dargestellten dazu gehörigen  $c_p$ -Verteilung und  $c_f$ -Verteilung, zeigen bei der Rechnung mit  $\text{EPSLOCM} = 3,0$  Schwingungen im turbulenten Strömungsbereich.

Die **Abbildung 229** stellt für das Baldwin-Lomax – Modell den Vergleich zwischen den Druckverteilungen für die Rechnungen mit Residuumlglätten und ohne Residuumlglätten dar. Der Vergleich der Schubspannungsverteilungen ist in **Abbildung 230** dargestellt.

In den **Abbildungen 231** und **232** ist der Vergleich der Rechnungen mit an- und ausgeschaltetem Residuumlglätten mit dem Spalart-Allmaras – Modell dargestellt. Die von der  $c_p$ -Verteilung

eingeschlossene Fläche ist bei der Rechnung ohne Residuumlätten größer als bei der Rechnung mit Residuumlätten. Der Verlauf der Schubspannung auf der Unterseite des Profils zeigt größere Abweichungen auf, als auf der Profilerseite.

Für das Wilcox  $k-\omega$  – Modell ist der Vergleich des Einflusses des Residuumlättens in **Abbildung 233** für die  $c_p$ -Verteilungen dargestellt. Im Gegensatz zum Spalart-Allmaras – Modell ist die von der  $c_p$ -Verteilung eingeschlossene Fläche kleiner bei der Rechnung ohne Residuumlätten. Wie auch beim Spalart-Allmaras – Modell ist beim  $k-\omega$  – Modell der Unterschied im Kurvenverlauf der  $c_f$ -Verteilung entlang der Unterseite größer als bei der Oberseite, diese ist dargestellt in **Abbildung 234**.

In **Abbildung 235** sind die Dichte-Residuen aller Rechnungen des Spalart-Allmaras – Modells ohne Preconditioning und mit einer Einstellung von CFL = 2,0 dargestellt, die zur Untersuchung des Einflusses von ZETA durchgeführt worden sind. Wie auch schon beim Baldwin-Lomax – Modell zu beobachten war, zeigt sich bei den Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell, dass nach dem Restart das Dichte-Residuum sprunghaft ansteigt und danach wieder sinkt. Die Kraftbeiwerte sind in den **Abbildungen 236 und 237** dargestellt.

Mit größeren Werten für ZETA nimmt die Stromaufwirkung zu. Die Steigung wird für kleiner werdende Werte von ZETA größer, und der Transitionsbereich wird auch kleiner, **Abbildung 238**. In der Vergrößerung der  $c_f$ -Verteilung im Bereich des Minimums der Oberseite ist sichtbar, dass zwei Kurven abweichend verlaufen. Dies sind die Kurven von ZETA = 0,4 und ZETA = 0,666. Aufgrund dieser Abweichungen wurde überprüft, ob es noch andere Unterschiede zu den anderen Rechnungen gibt als einen anderen Wert für ZETA. Der Unterschied in den Rechnungen im Vergleich zu den anderen Rechnungen besteht aus der unterschiedlichen Weite der Konvergenz. Bei der Rechnung mit ZETA = 0,666 ist das Dichte-Residuum nach 20000 Iterationen auf rund  $7,5 \cdot 10^{-5}$  gesunken und bei der Rechnung mit ZETA = 0,4 ist das Dichte-Residuum nach 25000 Iterationen auf ungefähr  $1,8 \cdot 10^{-5}$  gesunken, die anderen Rechnungen sind alle bis 30000 Iterationen gerechnet worden, und die Dichte-Residuen liegen alle im Bereich von  $2,6 \cdot 10^{-6}$  bis  $1,4 \cdot 10^{-6}$ . Die Rechnungen mit ZETA = 0,4 und ZETA = 0,666 wurden nun auch bis 30000 Iterationen gerechnet. In der Vergrößerung, **Abbildung 239**, des  $c_f$ -Verlaufes treten die Abweichungen nicht mehr auf.

In den **Abbildungen 240 bis 242** sind alle durchgeführten Rechnungen des Wilcox  $k-\omega$  – Modells ohne Preconditioning dargestellt. Alle Rechnungen sind mit CFL = 2,0 durchgeführt worden. Wie auch bei den beiden anderen Turbulenzmodellen steigt nach dem Restart das Dichte-Residuum sprunghaft an und fällt danach wieder.

Der Kurvenverlauf der Rechnung mit ZETA = 0,666 der  $c_f$ -Verteilung weicht deutlich von den anderen Kurvenverläufen ab, dies ist in **Abbildung 243** dargestellt. Der Grund für den stark abweichenden Kurvenverlauf ist, wie auch schon beim Spalart-Allmaras – Modell erläutert, das unterschiedlich weit gesunkene Dichte-Residuum. Für alle Rechnungen wurden 30000 Iterationsschritte durchgeführt, außer bei der Rechnung mit ZETA = 0,666 wurden nur 20000 Iterationen gemacht. Anschließend wurde die Rechnung mit ZETA = 0,666 auch bis 30000 Iterationen gerechnet. Vergleicht man die **Abbildung 243** mit der **Abbildung 244** so wird die Auswirkung auf den Kurvenverlauf deutlich. In **Abbildung 244** verläuft die Kurve der Rechnung mit ZETA = 0,666 (durchgezogene Linie) nun zwischen den Kurven der Rechnungen mit ZETA = 0,6 und ZETA = 0,7, während die Kurve in **Abbildung 243** die Kurve von ZETA = 0,7 schneidet. In der **Abbildung 243** befindet sich die Kurve von ZETA = 0,666 anfänglich in der Nähe der Kurve ZETA = 0,4 bis ca. 34 % der Profiltiefe und nicht zwischen ZETA = 0,6 und ZETA = 0,7. Zur besseren Erkennung sind nur die beschriebenen Kurven farbig.

In **Abbildung 245** sind die Rechnungen der modifizierten Preconditioningvariante für die drei Turbulenzmodelle mit EPSLOCM = 3,0 dargestellt. Bei den Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell und dem Spalart-Allmaras – Modell steigen die Dichte-Residuen nach einigen 1000 Iterationsschritten an. Das Dichte-Residuum der Rechnung mit dem Wilcox  $k-\omega$  – Modell beginnt auch zu steigen, aber im Gegensatz zu den anderen Turbulenzmodellen beginnt es wieder zu fallen.

Die Druck- und Schubspannungsverteilung der Rechnung mit dem Wilcox  $k-\omega$  – Modell mit Preconditioning sind in **Abbildung 246** dargestellt. Die Schubspannungsverteilung weist einen störungsfreien Verlauf auf. In der Druckverteilung zeigen sich Störungen in Form von Schwankungen, diese sind im turbulenten Bereich der Profiloberseite sehr deutlich zu erkennen.

### 3.5.2 Variation von ZETA bei ISMOO = 2

Die Variation der Einstellungen von ZETA erfolgte wieder stufenweise. Die Rechnungen mit der Einstellung ZETA = 0,666 stammen aus Kapitel 3.4.1 und wurden in den folgenden Rechnungen als Ausgangsbasis benutzt.

In **Abbildung 247** ist die Rechnung mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning mit variablem Residuumlätten (ISMOO = 2) mit ZETA = 0,4 und einer CFL-Zahl von 7,5 dargestellt. Die Rechnung erfolgte mit einem Restart, die Restart-Datei stammt von der Rechnung mit ZETA = 0,666, siehe **Abbildung 103**. Bei der Rechnung mit ZETA = 0,666 ist das Dichte-Residuum nach 750 Iterationen auf  $10^{-6}$  gesunken, ohne Schwankungen. Nach dem Restart ist zunächst der erwartete Sprung im Dichte-Residuum sichtbar, danach beginnt das Residuum wieder zu fallen. Das Dichte-Residuum beginnt jedoch dann wieder zu steigen und pegelt sich bei ungefähr  $5 \cdot 10^{-1}$  ein, mit Oszillationen. In den Kraftbeiwerten treten die Störungen verzögert auf, besonders starke Ausschläge in den Kraftbeiwerten sind bei rund 1270 Iterationen sichtbar. Da die Rechnung mit ZETA = 0,4 keine Konvergenz zeigte, ist eine brauchbare Auswertung der anderen Ergebnisse ( $c_f$  und  $c_p$ ) nicht möglich.

**Abbildung 248** stellt die Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell mit variablem Residuumlätten für ZETA = 0,4 dar. Die mit dem zweiten Restart begonnene Rechnung erfolgte als single-grid – Rechnung. Dabei ist zu erkennen, dass nach diesem Restart das Dichte-Residuum zu fallen beginnt und nicht steigt, wie nach dem ersten Restart.

Dargestellt ist in **Abbildung 249** ein Vergleich der Rechnungen mit ZETA = 0,4 für die drei verwendeten Turbulenzmodelle. Es ist sichtbar, dass die Dichte-Residuen nach dem vom Restart verursachten Sprung sinken. Die Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell und dem Spalart-Allmaras – Modell erfolgten mit CFL = 7,5 und die Rechnung mit dem Wilcox  $k-\omega$  – Modell mit CFL = 6,5.

In **Abbildung 250** sind die Dichte-Residuen der Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell ohne Preconditioning mit ISMOO = 2 und CFL = 7,5 für die ZETA-Einstellungen 0,4 bis 0,8 dargestellt. Nach den Sprung in den Dichte-Residuen, aufgrund des Restarts, sinken diese kontinuierlich und die Kraftbeiwerte, **Abbildung 251**, weisen ein stabiles Verhalten auf.

Für das Spalart-Allmaras – Modell sind die Rechnungen von ZETA = 0,4 bis ZETA = 0,8 in den **Abbildungen 252** und **253** dargestellt. Die Dichte-Residuen fallen ebenfalls kontinuierlich und auch die Kraftbeiwerte zeigen ein stabiles Verhalten. Im Vergleich zum Baldwin-Lomax – Modell sind die Unterschiede in den Auftriebsbeiwerten jedoch beim Spalart-Allmaras – Modell größer.

Die **Abbildungen 254** und **255** stellen die Rechnungen mit dem Wilcox  $k-\omega$  – Modell ohne Preconditioning für die ZETA-Werte von 0,4 bis 0,8 dar. Der Auftriebsbeiwert nimmt mit größer werdenden Werten für ZETA auch größere Werte an. Die Rechnungen sind mit CFL = 7,5 erfolgt.

Die **Abbildung 256** ist der Transitionsbereich der Schubspannungsverteilungen der Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell der ersten Stufe dargestellt. Es zeigt sich ein ähnliches Verhalten wie bei den Rechnungen ohne Residuumlätten, d.h. für größere Werte von ZETA nimmt die Stromaufwirkung zu. Die Steigung nimmt zu mit kleineren ZETA-Werten. Dies sollte auch zu erwarten sein, da das Residuumlätten die Ergebnisse der Rechnungen nicht zu stark verändern darf. Für das Spalart-Allmaras – Modell sind die  $c_f$ -Verteilungen des Transitionsbereiches in **Abbildung 257** dargestellt. Ebenso wie bei den Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell wird der Transitionsbereich kleiner, wenn auch die ZETA-Werte kleiner werden.

Für das in **Abbildung 258** dargestellte Wilcox  $k-\omega$  – Modell gelten die gleichen Aussagen wie für das Baldwin-Lomax – Modell und das Spalart-Allmaras – Modell.

In **Abbildung 259** sind die Dichte-Residuen aller durchgeführten Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell für ISMOO = 2 mit den verschiedenen Variationen der Einstellung von ZETA dargestellt. Das Dichte-Residuum der Rechnung mit ZETA = 1,0 steigt als einziges an und führte damit zu keiner Konvergenz der Rechnung. Die Dichte-Residuen der anderen Rechnungen sinken kontinuierlich und auch die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte weisen ein stabiles Verhalten in den letzten 500 Iterationsschritten auf. Die Rechnungen sind alle mit den Einstellungen CFL = 7,5 und RVIS 4 = 64,0 sowie RVIS 2 = 1000000 durchgeführt worden.

Für das Spalart-Allmaras – Modell sind alle durchgeführten Rechnungen mit ISMOO = 2 für die unterschiedlichen ZETA-Einstellungen in **Abbildung 260** dargestellt. Auch beim Spalart-Allmaras – Modell weist die Rechnung mit ZETA = 1,0 keine Konvergenz auf

Die **Abbildung 261** stellt das gesamte Spektrum der Rechnungen der Parametervariation von ZETA zwischen 0.0 und 1.0 für das Wilcox  $k-\omega$  – Modell mit Residuumlängen dar. Bei ZETA = 1.0 ist ein Ansteigen des Dichte-Residuums sichtbar, welches sich in den Kraftbeiwerten durch sich aufschaukelnde Oszillationen zeigt. Damit ist die Rechnung als nicht weiter verwertbar anzusehen.

In **Abbildung 262** sind die Druck- und Schubspannungsverteilungen aller Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell für angeschaltetes Residuumlängen mit den Einstellungen für ZETA von 0,0 bis 1,0 dargestellt. In der Druckverteilung weist die Rechnung mit ZETA = 1,0 die größte Abweichung auf. Ein Grund dafür kann die schlechte Konvergenz dieser Rechnung sein, **Abbildung 259**. Die Schubspannungsverteilungen im Transitionsbereich sind in **Abbildung 263** vergrößert dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Rechnung mit ZETA = 0,0 die größte Steigung im  $c_f$ -Verlauf aufzeigt und die Rechnung mit ZETA = 1,0 die kleinste Steigung aufweist. Der Bereich der Stromaufwirkung nimmt mit kleineren Werten für ZETA ab.

Die **Abbildung 264** stellt die  $c_p$ -Verteilungen und die  $c_f$ -Verteilungen der Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell für alle untersuchten ZETA-Variationen dar. Wie auch bei dem Baldwin-Lomax – Modell zeigt der  $c_p$ -Verlauf der Rechnung mit ZETA = 1,0 eine größere Abweichung. In **Abbildung 265** ist der Transitionsbereich der Schubspannungsverteilungen vergrößert dargestellt. Der Transitionsbereich ist bei der Rechnung mit ZETA = 1,0 am größten und nimmt mit kleiner werdenden Werten für ZETA immer mehr ab.

Der in **Abbildung 266** dargestellte Verlauf der  $c_p$ -Verteilung des Wilcox  $k-\omega$  – Modells zeigt die größten Abweichungen im Vergleich zu den anderen verwendeten Turbulenzmodellen. Dies ist mit dem am stärksten abweichenden Dichte-Residuum (siehe **Abbildung 261**) zu erklären. Der Transitionsbereich ist in **Abbildung 267** für die  $c_f$ -Verteilungen vergrößert dargestellt. Es zeigt sich in dieser Abbildung ebenfalls, dass die Steigung der Rechnung mit der Einstellung ZETA = 1,0 am kleinsten ist und die der Rechnung mit ZETA = 0,0 am größten.

### 3.5.3 Vergleich des Einflusses des Residuumlättns

Der Vergleich für die Basiseinstellung mit  $ZETA = 0,666$  ist unter Kapitel 3.5.1 beschrieben in den **Abbildungen 229-234** für die drei Turbulenzmodelle dargestellt.

In den **Abbildungen 268** und **269** ist der Vergleich des Einflusses des Residuumlättns für das Baldwin-Lomax – Modell dargestellt. Der Vergleich wurde für die Einstellung:

$$RVIS\ 2 = 100000; \quad RVIS\ 4 = 64; \quad ZETA = 0,4$$

durchgeführt. In der  $c_f$ -Verteilung ist ein Unterschied besonders an dem minimal und dem maximal Wert der Oberseite im Transitionsbereich erkennbar.

Bei dem Spalart-Allmaras – Modell ist ein optisch kaum erkennbarer Unterschied fast über den gesamten Verlauf der Schubspannungsverteilung sichtbar, **Abbildung 270**.

In **Abbildung 271** sind die Schubspannungsverteilungen des Wilcox  $k-\omega$  – Modells für die Basiseinstellung dargestellt. Die unterschiedlichen Kurvenverläufe sind auf der Profilunterseite deutlich sichtbar, auf der Profiloberseite ist eine Abweichung im Bereich des Minimums der Transition erkennbar.

Die folgenden Abbildungen der Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell stehen stellvertretend für die beiden anderen Turbulenzmodelle.

In **Abbildung 272** und **273** ist der Vergleich des Einflusses des Residuumlättns für das Baldwin-Lomax – Modell mit  $ZETA = 0,0$  dargestellt. In der Schubspannungsverteilung auf der Oberseite ist schon ein abweichender Kurvenverlauf im laminaren Strömungsbereich sichtbar. Der unterschiedliche Kurvenverlauf setzt sich über die gesamte Profiltiefe fort. Am stärksten sind die Abweichungen bei den Extremwerten im Transitionsbereich, dies gilt sowohl für die Oberseite als auch die Unterseite des Profils. In der Druckverteilung sind besonders auf der Oberseite des Profils Störungen im Bereich der Transition sichtbar.

Für  $ZETA = 0,1$  ist der Vergleich des Einflusses des Residuumlättns in den **Abbildungen 274** und **275** dargestellt. Die Abweichung der  $c_f$ -Verteilung zwischen der Kurve von  $ISMOO = 0$  und der Kurve von  $ISMOO = 2$  ist im Vergleich zur Abbildung 236 geringer geworden. Die  $c_p$ -Verteilung weist ebenfalls Störungen im Transitionsbereich auf.

Die **Abbildungen 276** und **277** stellen die Kurven der  $c_p$  bzw.  $c_f$ -Verteilungen der Rechnungen mit  $ZETA = 0,2$  für  $ISMOO = 0$  und  $ISMOO = 2$  dar. Der Abstand zwischen den Kurven der  $c_f$ -Verteilung ist nochmals etwas geringer geworden. Die Störungen in der Druckverteilung im Transitionsbereich sind auch zurück gegangen. In den Kurven der  $c_f$ -Verteilungen sind in den Extremwerten Verschiebungen der Verläufe erkennbar. Die  $c_f$ -Werte sind im Bereich der Transition bei der Rechnung ohne Residuumlättn kleiner als die der Rechnungen mit Residuumlättn.

In den **Abbildungen 278** und **279** ist der Vergleich von  $ZETA = 0,3$  dargestellt. Die Schubspannungsverteilung weist im turbulenten Bereich kaum noch Abweichungen im Kurvenverlauf auf. Die größte Abweichung ist sichtbar im Minimum der  $c_f$ -Verteilung im Bereich der Transition. Bei der Druckverteilung sind kaum Unterschiede zu bemerken.

Die Schubspannungs- und Druckverteilungen der Rechnungen mit  $ZETA = 0,4$  sind in den **Abbildungen 268** und **269** dargestellt und erläutert, siehe Anfang dieses Abschnitts.

Die Rechnungen mit  $ZETA = 0,5$  mit  $ISMOO = 0$  und  $ISMOO = 2$  sind in den **Abbildungen 280** und **281** dargestellt. In den  $c_p$ -Verteilungen sind kaum Störungen erkennbar und auch die  $c_f$ -Verteilung weist fast keine abweichenden Kurvenverläufe auf. Nur auf der Profiloberseite ist im Bereich der Transition an den minimalen  $c_f$ -Werten ein unterschiedlicher Verlauf erkennbar.

Die **Abbildungen 282** und **283** stellen die Rechnungen mit  $ZETA = 0,6$  dar. Es ist nur noch eine geringfügige Abweichung zwischen  $ISMOO = 0$  und  $ISMOO = 2$  in den  $c_f$ -Verteilungen im Minimum des Transitionsbereiches sichtbar.

Die Rechnungen mit der Basiseinstellung ( $ZETA = 0,666$ ) sind schon unter Kapitel 3.5.1 beschrieben und in den **Abbildungen 229-234** dargestellt.

In den **Abbildungen 284** und **285** ist der Vergleich des Einflusses des Residuumlättns für die Rechnungen mit  $ZETA = 0,7$  dargestellt. Es sind keine Unterschiede auf den ersten Blick mehr sichtbar. Es zeigt sich auch die Störung in der Druckverteilung im Transitionsbereich mehr.

Für die Einstellung von  $ZETA = 0,8$  sind die Kurvenverläufe der  $c_f$ -Verteilungen wieder etwas stärker voneinander abweichend. Dieses ist für die  $c_p$ -Verteilung in **Abbildung 286** und für die  $c_f$ -Verteilung in **Abbildung 287** dargestellt.

**Abbildungen 288** und **289** stellen den Vergleich für  $ZETA = 0,9$  dar. Die Abstände zwischen den  $c_f$ -Verläufen nimmt wieder zu.

Die in **Abbildung 291** dargestellten Schubspannungsverteilungen für  $ZETA = 1,0$  zeigen größere Abweichungen auf. Die Werte der Schubspannung sind für die Rechnung mit angeschaltetem Residuumlättn kleiner als die Werte der Rechnung ohne Residuumlättn. In der Druckverteilung, **Abbildung 290**, zeigen sich ebenfalls stärker abweichende Kurvenverläufe.

Aufgrund der Feststellungen die für die **Abbildungen 238-244** getroffen worden sind, dass die Weite der Konvergenz der Rechnungen einen z.T. großen Einfluss auf die Ergebnisse hat, wurden alle Rechnungen, deren Dichte-Residuum nicht ausreichend weit gesunken ist, mit einem Restart weiter gerechnet. Das Dichte-Residuum mußte bis auf mindestens  $1,22 \cdot 10^{-6}$  gesunken sein, damit eine möglichst gleiche Ausgangsbasis für den Vergleich der Druck- und besonders der Schubspannungsverteilungen gegeben ist.

In den **Abbildungen 292/293/294** sind die Dichte-Residuen aller Rechnungen ohne Residuumlättn der drei Turbulenzmodelle mit den unterschiedlichen Einstellungen von  $ZETA = 0,0$  bis  $ZETA = 1,0$  dargestellt.

Die Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell, **Abbildung 292**, waren schon ausreichend gut konvergiert, so dass keine Rechnung mehr durchgeführt werden musste. Die Dichte-Residuen liegen alle im Bereich von  $1,05 \cdot 10^{-6}$  bis  $1,09 \cdot 10^{-6}$ .

Für das Spalart-Allmaras – Modell beträgt der Wert des am geringsten gesunkenen Dichte-Residuums  $1,22 \cdot 10^{-6}$  und der Wert des am weitesten gesunkenen Dichte-Residuums ist  $1,09 \cdot 10^{-6}$ , **Abbildung 293**.

Für das Wilcox  $k-\omega$  – Modell, dargestellt in **Abbildung 294**, wurden alle Rechnungen ohne Residuumlättn weiter gerechnet, danach befanden sich alle Dichte-Residuen der Rechnungen mit und ohne Residuumlättn im Bereich von  $1,01 \cdot 10^{-6}$  bis  $1,09 \cdot 10^{-6}$ .

Für die Rechnungen mit variablem Residuumlättn der drei Turbulenzmodelle, dargestellt in den **Abbildungen 295/296/297**, gelten die gemachten Äußerungen zu den Rechnungen mit ausgeschaltetem Residuumlättn ebenso.

In **Abbildung 298** sind die Schubspannungsverteilungen der Rechnungen mit dem Baldwin-Lomax – Modell für  $ISMOO = 0$  und  $ISMOO = 2$  dargestellt. Es sind Abweichungen in den Kurvenverläufen zwischen  $ISMOO = 0$  und  $ISMOO = 2$  sichtbar.

Auch für die in **Abbildung 299** dargestellten  $c_f$ -Verteilungen der Rechnungen mit dem Spalart-Allmaras – Modell sind Unterschiede in den Kurvenverläufen zwischen  $ISMOO = 0$  und  $ISMOO = 2$  erkennbar. Da aufgrund des ansteigenden Dichte-Residuums die Rechnung mit Residuumlättn und  $ZETA = 1,0$  keine Konvergenz aufzeigte, ist der  $c_f$ -Verlauf für diese Rechnung nicht dargestellt.

Die  $c_f$ -Verteilungen der Rechnungen mit dem Wilcox  $k-\omega$  – Modell sind in **Abbildung 300** dargestellt. Für  $ISMOO = 0$  sind die  $ZETA$ -Einstellungen von  $0,0$  bis  $1,0$  und für  $ISMOO = 2$  sind die  $ZETA$ -Einstellungen von  $0,0$  bis  $0,9$  aufgetragen. Der Vergleich für das  $k-\omega$  – Modell von  $ISMOO = 0$  und  $ISMOO = 2$  zeigt ebenfalls Unterschiede in den Kurvenverläufen für die selbe Einstellung von  $ZETA$ .



## 4 Zusammenfassung

Das Baldwin-Lomax – Modell weist die stärkste Steigung im Transitionsbereich der Schubspannungsverteilung auf. Das Wilcox  $k-\omega$  – Modell hingegen zeigt die größten Verschmierungseffekte. Bei diesem Turbulenzmodell sind teilweise Konvergenzprobleme bei dieser Untersuchung aufgetreten, besonders bei den Rechnungen mit Preconditioning.

Bei den Rechnungen zur Untersuchung der Auswirkung des Parameters RVIS 2 wird die von der Druckverteilung eingeschlossene Fläche mit steigenden RVIS 2–Werten größer. In der Schubspannungsverteilung sind geringfügige Unterschiede zwischen den Kurvenverläufen feststellbar. Die Steigung im Transitionsbereich steigt mit sinkenden RVIS 2–Werten, d.h. die Punkttransition wird am besten mit einem möglichst kleinen RVIS 2–Wert simuliert.

Für sinkende RVIS 4–Werte nimmt der Verschmierungseffekt zu. Für kleine RVIS 4–Werte sind starke Stromaufwirkungen in den Abbildungen erkennbar.

Eine Veränderung des Parameters RVIS 4 wirkt sich in der Druck- und Schubspannungsverteilung deutlich stärker aus als eine Veränderung der Einstellung des Parameters RVIS 2.

Aufgrund der Ergebnisse dieser Studienarbeit kann davon ausgegangen werden, dass für das untersuchte Profil oder ähnliche die Einstellung von ZETA im Bereich von 0,6 bis 0,7 am besten geeignet ist, da sich bei diesen Einstellungen die besten Übereinstimmungen in den Kurvenverläufen der Schubspannungsverteilung zeigen. Bei diesen Einstellungen hat der Parameter ISMOO den geringsten Einfluss auf die Ergebnisse der Rechnungen. Außerdem zeigen sich für kleine Einstellungen von ZETA (ca.  $ZETA \leq 0,3$ ) Störungen in der Druckverteilung für die Rechnung mit und ohne Residuumlätten (reiner Dissipationseffekt!). Für kleine ZETA–Werte sind im Transitionsbereich die Schubspannungswerte bei den Rechnungen ohne Residuumlätten auch kleiner als bei den Rechnungen mit variablem Residuumlätten. Bei großen ZETA–Werten hingegen sind die Werte der  $c_f$ –Verteilungen der Rechnungen ohne Residuumlätten größer als die  $c_f$ –Werte der Rechnungen mit Residuumlätten. Bei großen ZETA–Werten werden starke Verschmierungseffekte erzeugt.

In dieser Studienarbeit wird die Simulation der Punkttransition durch die Rechnungen mit den Einstellungen EPSLOCM = 1,0, RVIS2 = 1000000 und RVIS 4 = 1024 am besten wiedergegeben.

Es ist besonders wichtig eine nahezu identische Weite der Konvergenz für die miteinander zu vergleichenden Rechnungen zu erzielen. Die Differenz des Dichte-Residuums soll den Wert  $10^{-6}$  nicht übersteigen, da ansonsten deutliche Unterschiede zwischen den  $c_f$ –Verläufen auftreten können. Bei einer Differenz von einer Größenordnung oder mehr ist nicht einmal mehr ein qualitativer Vergleich möglich.

Mit zunehmender künstlicher Dissipation nehmen die Verschmierungseffekte im Transitionsbereich der  $c_f$ – und  $c_p$ –Verläufe zu. Der S-Schlag im  $c_p$ –Verlauf verschwindet.

### Transfermöglichkeit

Prinzipiell kann der FLOWer-Code für sehr einfache Problemstellungen in der makroskopischen Verkehrssimulation eingesetzt werden. Dazu muss FLOWer im 1D-Mode betrieben werden. Eine typische Modellgleichung hierfür ist die Payne-Gleichung mit Diffusionsterm, [9], die strukturell bis auf die Existenz eines zusätzlichen Quellterms der eindimensionalen Navier-Stokes – Gleichung entspricht. Verschwindet der Quellterm, ist das dadurch beschriebene Verkehrsgeschehen mit FLOWer simulierbar. Für die Simulation komplexer Problemstellungen müsste FLOWer um die fehlenden Gleichungsterme erweitert werden.

# Anhang

	Seite
Abkürzungen	A-2 – A-3
Parameter	A-4
Erläuterungen	A-5
Berechnung der Prozentwerte	A-6
Eingabe-Datei, FLOWer 116.7	A-7 – A-9
Abbildungsverzeichnis	A-10 – A-15
Abbildungen	A-16 – A-70
Diskretisierung der Strömungsgleichungen	A-71 – A-86
Literatur	A-87

## Abkürzungen

### Abkürzungen in den Grafiken

Turbulenzmodelle:

BL	Baldwin-Lomax – Modell		
SA	Spalart-Allmaras – Modell		
kw	Wilcox k- $\omega$ – Modell		
vt	voll turbulente Rechnung		
tr	Rechnung mit gesetzter Transition		
Lift	Auftrieb		
Drag	Widerstand		
Residual cycle	Fehlermaß (Rest / Differenz zwischen zwei Iterationsschritten)		Dichte-Residuum
Prec	Preconditioning		
$c_p$	Druckbeiwert	$c_p = \frac{p - p_\infty}{q_\infty}$	$q_\infty = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2$
$c_f$	(Wand-)Schubspannungsbeiwert	Reibungskoeffizient	
$c_a$	Auftriebsbeiwert		
$c_w$	Widerstandsbeiwert		
$\rho$	Dichte		
$\mu$	(dynamische) Viskosität		
$\mu_t$	turbulente Viskosität	Wirbelviskosität	
$\alpha$	Anstellwinkel des Profils		
Ma	Machzahl		
Re	Reynolds-Zahl		
$V_\infty$	Geschwindigkeit der freien Anströmung		
x bzw. c	lokale Profiltiefe	Profillänge bzw. Sehnenlänge	
$x_T$	Transitionspunkt		
$\omega$	Dissipations-Rate		
k	kinetische Turbulenzenergie		
$\sigma$	Normalspannung		
$\kappa$	Isentropenexponent	Verhältnis der spezifischen Wärmen	
$\tau$	Pseudozeit		
$ \omega $	Betrag der Drehung		
S	Zellseitenfläche		
E	spezifische Totalenergie		
p	Fluiddruck		
T	Temperatur		
R	spezielle Gaskonstante		
K	Wärmeleitkoeffizient		
$\zeta$	ZETA		

---

x,y,z	kartesische Koordinaten (der Rechennetzpunkte)
i,j,k	Zähl-Indizes der Netzpunkte
u,v,w	(kartesische) Geschwindigkeits-Komponenten

Indizes

$\infty$	freie Anströmung
0	Bezugsgröße oder Startwert
~	modifiziert
t	turbulent
kr	kritisch
i,j,k	Laufrichtung (bezogen auf das Netz)
max	maximal
mix	Mischungsweg
innere	innere Schicht
äussere	äussere Schicht

## Parameter

Die für die Studienarbeit relevanten Parameter von FLOWer sind auf dieser Seite aufgeführt.

IPREC	= 1	Rechnung mit Preconditioning
EPSLOCM	Parameter, der in die Matrix eingeht	
	= 1	Dem Wert von EPSLOCM wird automatisch der Wert der Machzahl der freien Anströmung zugewiesen.
	= 2 oder 3	für kompliziertere Fälle
ISTART	= 0	Es wird <u>kein</u> restart-file eingelesen, Iterationsverfahren beginnt bei 0.
	= 1	Es wird <u>ein</u> restart-file eingelesen und die Werte der letzten Iteration als Anfangswerte für die neue Rechnung verwendet.
ITYPC	= 1	V-Zyklus
	= 2	W-Zyklus
MAXLEV	= 1	single-grid
	= 2-4	multi-grid      Mehrgitter
EPSC	= 0,00	bei single-grid Rechnungen
	= 0,20	für multi-grid Rechnungen
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy – Zahl	

Parameter, welche die Viskosität beeinflussen

$$\text{RVIS 2} \quad k^{(2)} = \frac{1}{\text{RVIS2}}$$

$$\text{RVIS 4} \quad k^{(4)} = \frac{1}{\text{RVIS4}}$$

RVIS = 2 und 4 werden jeweils nur auf dem aktuell feinsten Netz verwendet.

ZETA	hat Einfluß auf zwei Parameter		
ISMOO	= 0:	<u>kein</u> implizites Residuumlätten	
	= 1:	implizites Residuumlätten mit <u>konstanten</u> Koeffizienten	
	= 2:	implizites Residuumlätten mit <u>variablen</u> Koeffizienten	
EPSXYZ	= 0,0	1,2	0,0: für <u>variable</u> Einstellungen beim Glätten
	= 0,5	0,5	0,5: für <u>konstante</u> Werte beim Glätten

## Erläuterungen

laminar	Strömung, die in wohlgeordneten parallelen Schichten verläuft	
turbulent	ungeordnete, durchwirbelte Strömung	
Transition	Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung	
DLR	Deutsches Zentrum für Luft und Raumfahrt e.V.	
FLOWer	strukturierter DLR Navier-Stokes Löser	
Tecplot <sup>TM</sup>	Grafikprogramm	
RANS	reynolds averaged Navier-Stokes	Reynolds-gemittelte Navier-Stokes Gleichungen
multi-grid	Mehrgitternetz	
single-grid	Eingitternetz	
Profiltiefe	(gedachte Linie) von der Profilnase zur Profilhinterkante verlaufend	
künstliche Dissipation	Teil der numerischen Dissipation	zusätzlich zugeführte Dissipation um die Rechnung zu stabilisieren, verfälscht sie aber auch zum Teil
Viskosität	Zähigkeit fluider Medien (Flüssigkeiten und Gase)	
CFD	Computational Fluid Dynamics	numerische Strömungssimulation
Grid/Mesh	Netz	
cell vertex	Zelleckenpunktschema	
Saugspitze	Bereich auf der Oberseite des Flügelprofils an der der $c_p$ -Wert sehr gering ist. Die Saugspitze befindet sich im Bereich der Vorderkante.	
S-Schlag	Störung im Verlauf der Druckverteilung ( $c_p$ ) im Bereich der Transition.	
Stromlinie	Gedachte Linie, bei stationären Strömungen die den Verlauf eines Teilchens aufzeigt.	
subsonisch	Unterschall	
transsonisch	im Bereich der Schallmauer	

### wichtige Einstellungen für alle Rechnungen

Mach-Zahl	$Ma_\infty = 0,15$	Unterschallströmung
Reynolds-Zahl	$Re = 2,0 \cdot 10^6$	
Anstellwinkel	$\alpha = 7,0^\circ$	

### Gesetzte Transitionsunkte

Oberseite	: 0,42% der Profiltiefe
Unterseite	: 0,30% der Profiltiefe

## Berechnung der Prozentangaben im Text

Differenzangaben x in Prozent % (oder Promille ‰) sind mit folgender Formel:

$$x = \frac{\text{Wert}(1)}{\text{Wert}(2)} \cdot 100 - 100$$

berechnet wurden. Der im Text als erstes erwähnte Vergleichsterm wird in den Zähler und der als zweites erwähnte Vergleichsterm wird in den Nenner geschrieben. Beim gleichen Turbulenzmodell werden voll turbulente Rechnungen und Rechnungen mit Transition verglichen, wenn auch die Profilmströmung einheitlich ist wird meist ein Vergleich für die Rechnung mit Preconditioning und die Rechnung ohne Preconditioning durchgeführt.

### Beispielrechnung für Abbildung 10:

Aus der Grafik abgelesene Werte bei 750 Iterationen für das k- $\omega$  – Modell:

	Auftrieb $c_a$	Widerstand $c_w$
mit Transition tr	1,28559	0,01133
voll turbulent vt	1,17741	0,0186

Auftrieb:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{c_{a, \text{tr}}}{c_{a, \text{vt}}} \cdot 100 - 100 \\
 &= \frac{1,28559}{1,17741} \cdot 100 - 100 \\
 &= 9,18796\% \\
 &\approx 9,19\%
 \end{aligned}$$

Widerstand:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{c_{w, \text{tr}}}{c_{w, \text{vt}}} \cdot 100 - 100 \\
 &= \frac{0,01133}{0,0186} \cdot 100 - 100 \\
 &= -39,08602\% \\
 &\approx -39,1\%
 \end{aligned}$$

```

$$
$$-----
$$ Testcase
$$
STRING N.S. B-airfoil Aerospatiale c-grid
$$
IMESHF      1
IH0ZERO     0
$$-----
$$ Control Data
$$
I2D3D       2                                $$ Strömungsimulation 2D oder 3D
ISCHEME     1
BCV         1
ICOMPU     -1
RESTOL      1.0E-9                          $$ Toleranzlevel des Dichte-Residuums
FOTOL       1.0E-9                          $$ Toleranzlevel der Kraftbeiwerte
INCORE      1
IPRINT      1
NDMIN       2
NDMOUT      2
$$ Flow Data
$$
MACH        0.15                            $$ Machzahl
ALPHA       7.0                             $$ Anstellwinkel  $\alpha$ 
RENO        2.0E+06                         $$ Reynolds-Zahl
RELEN       1.0
PRNO        0.72
PRNOT       0.9
TINF        285.0
$$-----
$$ Geometrical Data
$$
AREF        1.0
XYZREF      0.          0.0000          0.0000
CREF        1.0
SREF        1.0
$$-----
$$ Turbulence Data
$$
ITURB       1                                $$ verwendetes Turbulenzmodell
CWAKE       0.25
$$-----
$$ Transition Data
$$
NTRAN       1                                $$ Anzahl der Sets von Transitionen
XTRANU      0.42                            $$ Transitionspunkt der Oberseite
XTRANL      0.3                            $$ Transitionspunkt der Unterseite
YTRAN       0.0
ZTRAN       0.0
$$-----

```



## \$\$ Multigrid Cycle Data

\$\$

LEVEL	4				
NGIT	1		1		
ISTART	0				
ITYPC	2				
MAXLEV	4				
DTVI	4.00				
NEND	750	0	0	0	
NDUM	2	2	2	2	
EPSC	0.20				
FCFL	0.0				
NCYCRED	0				

\$\$ Anz. der max. verfügbaren Netz-Level

\$\$ Anfangsbedingungen (kein Restart)

\$\$ (V- oder) W-Zyklus

\$\$ max. zu benutzende Netz-Level  
(multi-grid/single-grid)

\$\$ Anzahl der max. Iterationen

\$\$-----

## \$\$ Level Data

LEVPAR 1

\$\$-----

## GRID001

\$\$

CFL	7.50				
CFLS	3.75				
RVIS2	2.00	2.00	2.00		
RVIS4	64.00				
HM	0.00				
ZETA	0.666				
ISMOO	2				
EPSXYZ	0.00	1.20	0.00		
RVIS0	16.00				
ILAG	0				
NSRK	5				
ARK	0.250000	0.166666	0.375000	0.500000	1.000000
QFILS	1	0	1	0	1
SMS	1	1	1	1	1
BETA	1.00	1.00	0.56	1.00	0.44

\$\$ Courant-Friedrichs-Lewy - Zahl

\$\$  $k^{(2)}$ \$\$  $k^{(4)}$ 

\$\$ Residuuumglätten

\$\$-----

## GRID002

\$\$

CFL	7.50				
CFLS	3.75				
RVIS2	2.00	2.00	2.00		
RVIS4	64.00				
HM	0.00				
ZETA	0.666				
ISMOO	2				
EPSXYZ	0.00	1.20	0.00		
RVIS0	16.00				
ILAG	0				
NSRK	5				
ARK	0.250000	0.166666	0.375000	0.500000	1.000000
QFILS	1	0	1	0	1
SMS	1	1	1	1	1
BETA	1.00	1.00	0.56	1.00	0.44

\$\$-----

## GRID003

\$\$

CFL	7.50				
CFLS	3.75				
RVIS2	2.00	2.00	2.00		
RVIS4	64.00				
HM	0.00				
ZETA	0.666				
ISMOO	2				
EPSXYZ	0.00	1.20	0.00		
RVIS0	16.00				
ILAG	0				
NSRK	5				
ARK	0.250000	0.166666	0.375000	0.500000	1.000000
QFILS	1	0	1	0	1
SMS	1	1	1	1	1
BETA	1.00	1.00	0.56	1.00	0.44

\$\$.....

## GRID004

\$\$

CFL	7.50				
CFLS	3.75				
RVIS2	2.00	2.00	2.00		
RVIS4	64.00				
HM	0.00				
ZETA	0.666				
ISMOO	2				
EPSXYZ	0.00	1.20	0.00		
RVIS0	16.00				
ILAG	0				
NSRK	5				
ARK	0.250000	0.166666	0.375000	0.500000	1.000000
QFILS	1	0	1	0	1
SMS	1	1	1	1	1
BETA	1.00	1.00	0.56	1.00	0.44

\$\$.....

## \$\$ Block Data

MBLM 1

\$\$.....

## BLOCK001

NXYZS	336	72	0		
NXZBE	0	0	0	0	
IJKDIR	0	0	0		
IVIS	20				
NSTEP	1	1	1	1	

\$\$.....

## BLOCKEND

\$\$ Smallest block point No. 24017

\$\$ Biggest block point No. 24017

\$\$ Total point No. 24017

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: CFD Kreislauf	1
– Quelle: MEGAFLOW-CD übersetzt von Katrin Opitz	
Abbildung 2: Geschwindigkeitsvektoren und gesetzte Transitionsunkte	2
Abbildung 3: AS-B Profil mit gesetzten Transitionsunkten und einer begrenzten laminaren Zone	4
Abbildung 4: Verlauf der Zyklen bei Mehrgitter - Rechnungen und single-grid – Rechnungen	A-16
Abbildung 5: Flugzeug, Tragfläche und Rumpf unterteilt in verschiedene Netzblöcke	14
Abbildung 6: größtes Netz – Netzlevel 4	15
Abbildung 7: feinstes Netz – Netzlevel 1	15
Abbildung 8: $\rho$ -Residuum, $c_a$ - und $c_w$ -Wert, laminar, $\alpha = 7^\circ$	A-17
Abbildung 9: Druckfeld, laminar	A-17
Abbildung 10: $\rho$ -Residuen, voll turbulente Strömung	A-17
Abbildung 11: $c_a$ - und $c_w$ -Werte, voll turbulente Strömung	A-17
Abbildung 12: $\rho$ -Residuen, mit Transition	A-17
Abbildung 13: $c_a$ - und $c_w$ -Werte, mit Transition	A-17
Abbildung 14: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax	A-18
Abbildung 15: $c_a$ - und $c_w$ -Werte, Baldwin-Lomax	A-18
Abbildung 16: $\rho$ -Residuen, Wilcox $k-\omega$	A-18
Abbildung 17: $c_a$ - und $c_w$ -Werte, Wilcox $k-\omega$	A-18
Abbildung 18: $c_p$ -Verteilungen, voll turbulent	A-18
Abbildung 19: $c_f$ -Verteilungen, voll turbulent	A-18
Abbildung 20: $c_p$ -Verteilungen, mit Transition	A-19
Abbildung 21: $c_f$ -Verteilungen, mit Transition	A-19
Abbildung 22: $c_p$ -Verteilungen, Baldwin-Lomax	A-19
Abbildung 23: $c_f$ -Verteilungen, Baldwin-Lomax	A-19
Abbildung 24: $c_p$ -Verteilungen, Wilcox $k-\omega$	A-19
Abbildung 25: $c_f$ -Verteilungen, Wilcox $k-\omega$	A-19
Abbildung 26: Wilcox $k-\omega$ , voll turbulent, verschiedene Runs	A-20
Abbildung 27: Wilcox $k-\omega$ , voll turbulent, verschiedene Runs	A-20
Abbildung 28: $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras	A-20
Abbildung 29: $c_a$ - und $c_w$ -Werte, Spalart-Allmaras	A-20
Abbildung 30: $\rho$ -Residuen, Wilcox $k-\omega$ , multi-grid V-Zyklus und single-grid	A-20
Abbildung 31: $\rho$ -Residuen, voll turbulent, 3 verwendete Modelle	A-21
Abbildung 32: $c_a$ - und $c_w$ -Werte, voll turbulent, 3 verwendete Modelle	A-21
Abbildung 33: $\rho$ -Residuen, mit Transition, 3 verwendete Modelle	A-21
Abbildung 34: $c_a$ - und $c_w$ -Werte, mit Transition, 3 verwendete Modelle	A-21
Abbildung 35: $c_p$ -Verteilungen, voll turbulent, 3 verwendete Modelle	A-21
Abbildung 36: $c_f$ -Verteilungen, voll turbulent, 3 verwendete Modelle	A-21
Abbildung 37: $c_p$ -Verteilungen, mit Transition, 3 verwendete Modelle	A-22
Abbildung 38: $c_f$ -Verteilungen, mit Transition, 3 verwendete Modelle	A-22
Abbildung 39: Preconditioning, Baldwin-Lomax	A-22
Abbildung 40: Baldwin-Lomax, voll turbulent, EPSLOCM = 0,15	A-22
Abbildung 41: Baldwin-Lomax, voll turbulent, EPSLOCM = 0,15	A-22
Abbildung 42: Baldwin-Lomax, mit Transition, EPSLOCM = 1,0	A-23
Abbildung 43: Baldwin-Lomax, mit Transition, EPSLOCM = 1,0	A-23
Abbildung 44: Baldwin-Lomax, voll turbulent, EPSLOCM = 0,15	A-23
Abbildung 45: Baldwin-Lomax, voll turbulent, EPSLOCM = 0,15	A-23
Abbildung 46: Baldwin-Lomax, mit Transition, EPSLOCM = 1,0	A-23
Abbildung 47: Baldwin-Lomax, mit Transition, EPSLOCM = 1,0	A-23
Abbildung 48: Spalart-Allmaras, voll turbulent, EPSLOCM = 1,0	A-24
Abbildung 49: Spalart-Allmaras, voll turbulent, EPSLOCM = 1,0	A-24

Abbildung 50: Spalart-Allmaras, voll turbulent, EPSLOCM = 1,0	A-24
Abbildung 51: Spalart-Allmaras, voll turbulent, EPSLOCM = 1,0	A-24
Abbildung 52: Spalart-Allmaras, mit Transition, EPSLOCM = 1,0	A-24
Abbildung 53: Spalart-Allmaras, mit Transition, EPSLOCM = 1,0	A-24
Abbildung 54: $c_p$ , Spalart-Allmaras, mit Transition, EPSLOCM = 1,0	A-25
Abbildung 55: $c_f$ , Spalart-Allmaras, mit Transition, EPSLOCM = 1,0	A-25
Abbildung 56: $\rho$ -Residuen, $k-\omega$ , EPSLOCM = 1,0	A-25
Abbildung 57: $\rho$ -Residuen, alle Modelle, EPSXYZ = 0,2	A-25
Abbildung 58: $c_a$ und $c_w$ , alle Modelle, EPSXYZ = 0,2	A-25
Abbildung 59: $c_p$ , BL und SA, ZETA = 0,666, EPSXYZ = 0,2	A-26
Abbildung 60: $c_f$ , BL und SA, ZETA = 0,666, EPSXYZ = 0,2	A-26
Abbildung 61: $\rho$ -Residuen, BL und SA, EPSXYZ = 0,2, EPSLOCM = 3,0	A-26
Abbildung 62: $c_a$ und $c_w$ , BL und SA, EPSXYZ = 0,2, EPSLOCM = 3,0	A-26
Abbildung 63: Spalart-Allmaras, mit Transition, EPSXYZ=0,2, EPSLOCM = 3,0	A-26
Abbildung 64: Spalart-Allmaras, mit Transition, EPSXYZ=0,2, EPSLOCM = 3,0	A-26
Abbildung 65: $c_p$ , Baldwin-Lomax	A-27
Abbildung 66: $c_f$ , Baldwin-Lomax	A-27
Abbildung 67: $c_p$ , Spalart-Allmaras	A-27
Abbildung 68: $c_f$ , Spalart-Allmaras	A-27
Abbildung 69: $c_p$ , Baldwin-Lomax, EPSLOCM = 1,0	A-27
Abbildung 70: $c_f$ , Baldwin-Lomax, EPSLOCM = 1,0	A-27
Abbildung 71: $c_p$ , Spalart-Allmaras, EPSLOCM = 1,0	A-28
Abbildung 72: $c_f$ , Spalart-Allmaras, EPSLOCM = 1,0	A-28
Abbildung 73: $c_f$ , Spalart-Allmaras, EPSLOCM = 1,0	A-28
Abbildung 74: $\rho$ -Residuen, alle Modelle, EPSXYZ = 0,0	A-29
Abbildung 75: $\rho$ -Residuen, BL und SA, EPSXYZ = 0,0, EPSLOCM = 1,0	A-29
Abbildung 76: $\rho$ -Residuen, alle Modelle, EPSXYZ = 0,2	A-29
Abbildung 77: $c_a$ und $c_w$ , alle Modelle, EPSXYZ = 0,2	A-29
Abbildung 78: $\rho$ -Residuen, BL und SA, EPSXYZ = 0,2, EPSLOCM = 1,0	A-29
Abbildung 79: $c_a$ und $c_w$ , BL und SA, EPSXYZ = 0,2, EPSLOCM = 1,0	A-29
Abbildung 80: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 2 1. Stufe	A-30
Abbildung 81: $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 2 1. Stufe	A-30
Abbildung 82: $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 2 1.Stufe, Zoom	A-30
Abbildung 83: $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, alle Variationen von RVIS 2, Zoom	A-30
Abbildung 84: $c_a$ -Werte, Baldwin-Lomax, Zoom, RVIS 2 alle Variationen	A-30
Abbildung 85: $c_w$ -Werte, Baldwin-Lomax, Zoom, RVIS 2 alle Variationen	A-30
Abbildung 86: $c_p$ , Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle Variationen	A-31
Abbildung 87: $c_f$ , Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle Variationen	A-31
Abbildung 88: $c_p$ Saugspitze, Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle Variationen	A-31
Abbildung 89: $c_f$ -Transitionsbereich, Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle Variationen	A-31
Abbildung 90: $c_a$ und $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 2 alle Variationen, Zoom	A-31
Abbildung 91: $c_p$ Saugspitze, Spalart-Allmaras, RVIS 2 alle Variationen	A-31
Abbildung 92: $\rho$ -Residuen, Wilcox $k-\omega$ , RVIS 2 alle Variationen	A-32
Abbildung 93: $c_a$ und $c_w$ , Wilcox $k-\omega$ , RVIS 2 alle Variationen, Zoom	A-32
Abbildung 94: $c_p$ Saugspitze, Wilcox $k-\omega$ , RVIS 2 alle Variationen	A-32
Abbildung 95: $c_f$ -Transitionsbereich, Wilcox $k-\omega$ , RVIS 2 alle Variationen	A-32
Abbildung 96: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0	A-32
Abbildung 97: $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0	A-32
Abbildung 98: $c_p$ Saugspitze, Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0	A-33
Abbildung 99: Spalart-Allmaras, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0	A-33
Abbildung 100: $c_a$ , Spalart-Allmaras, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0, Zoom	A-33
Abbildung 101: $c_p$ Saugspitze, Spalart-Allmaras, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0	A-33
Abbildung 102: $c_f$ -Transitionsbereich, Spalart-Allmaras, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0, Zoom	A-33

Abbildung 103: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4	A-34
Abbildung 104: $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4	A-34
Abbildung 105: $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4	A-34
Abbildung 106: $c_a$ und $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4	A-34
Abbildung 107: $\rho$ -Residuen, Wilcox $k-\omega$ , RVIS 4	A-34
Abbildung 108: $c_a$ und $c_w$ , Wilcox $k-\omega$ , RVIS 4	A-34
Abbildung 109: $c_p$ , Baldwin-Lomax,	A-35
Abbildung 110: $c_f$ , Baldwin-Lomax	A-35
Abbildung 111: $c_p$ , Spalart-Allmaras	A-35
Abbildung 112: $c_f$ , Spalart-Allmaras	A-35
Abbildung 113: $c_p$ , Wilcox $k-\omega$	A-35
Abbildung 114: $c_f$ , Wilcox $k-\omega$	A-35
Abbildung 115: $c_p$ Saugspitze, Baldwin-Lomax	A-36
Abbildung 116: $c_p$ Saugspitze, Spalart-Allmaras	A-36
Abbildung 117: $c_p$ Saugspitze, Wilcox $k-\omega$	A-36
Abbildung 118: $c_p$ Unterseite, Profilnase, Wilcox $k-\omega$	A-36
Abbildung 119: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4, EPSLOCM = 1,0	A-36
Abbildung 120: $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4, EPSLOCM = 1,0	A-36
Abbildung 121: $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4, EPSLOCM = 1,0	A-37
Abbildung 122: $c_a$ und $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4, EPSLOCM = 1,0	A-37
Abbildung 123: $c_p$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 1. Stufe, EPSLOCM = 1,0	A-37
Abbildung 124: $c_f$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 1. Stufe, EPSLOCM = 1,0	A-37
Abbildung 125: $c_p$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 1. Stufe, EPSLOCM = 1,0	A-37
Abbildung 126: $c_f$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 1. Stufe, EPSLOCM = 1,0	A-38
Abbildung 127: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4, Restart: CFL reduziert	A-38
Abbildung 128: $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4, Restart: CFL reduziert	A-38
Abbildung 129: $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4, Restart: CFL reduziert	A-38
Abbildung 130: $c_a$ und $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4, Restart: CFL reduziert	A-38
Abbildung 131: $\rho$ -Residuen, Wilcox $k-\omega$ , RVIS 4, Restart: CFL reduziert	A-38
Abbildung 132: $c_a$ und $c_w$ , Wilcox $k-\omega$ , RVIS 4, Restart: CFL reduziert	A-38
Abbildung 133: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4 bis 256 mit Restart single-grid RVIS 4 = 256	A-39
Abbildung 134: $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 bis 256 mit Restart single-grid RVIS 4 = 256	A-39
Abbildung 135: $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4 bis 256 mit Restart single-grid RVIS 4 = 256	A-39
Abbildung 136: $c_a$ und $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 bis 256 mit Restart single-grid RVIS 4 = 256	A-39
Abbildung 137: $\rho$ -Residuen, Wilcox $k-\omega$ , RVIS 4 bis 256 mit Restart single-grid RVIS 4 = 256	A-39
Abbildung 138: $c_a$ und $c_w$ , Wilcox $k-\omega$ , RVIS 4 bis 256 mit Restart single-grid RVIS 4 = 256	A-39
Abbildung 139: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4 = 256 bis RVIS 4 = 512, singlegrid	A-40
Abbildung 140: $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 = 256 bis RVIS 4 = 512, singlegrid	A-40
Abbildung 141: $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4 = 256 bis RVIS 4 = 512, singlegrid	A-40
Abbildung 142: $c_a$ und $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 = 256 bis RVIS 4 = 512, singlegrid	A-40
Abbildung 143: $\rho$ -Residuen, Wilcox $k-\omega$ , RVIS 4 = 256 bis RVIS 4 = 512, singlegrid	A-40
Abbildung 144: $c_a$ und $c_w$ , Wilcox $k-\omega$ , RVIS 4 = 256 bis RVIS 4 = 512, singlegrid	A-40
Abbildung 145: $c_p$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 alle Variationen	A-41
Abbildung 146: $c_f$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 alle	A-41
Abbildung 147: $c_p$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 alle Variationen	A-41
Abbildung 148: $c_f$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 alle Variationen	A-41
Abbildung 149: $c_p$ , Wilcox $k-\omega$ , RVIS 4 alle Variationen	A-41
Abbildung 150: $c_f$ , Wilcox $k-\omega$ , RVIS 4 alle Variationen	A-41
Abbildung 151: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4 bis 512, EPSLOCM = 1,0	A-42

Abbildung 152: $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4 bis 512, EPSLOCM = 1,0	A-42
Abbildung 153: $c_p$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 bis 512, EPSLOCM = 1,0	A-42
Abbildung 154: $c_f$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 bis 512, EPSLOCM = 1,0	A-42
Abbildung 155: $c_p$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 bis 512, EPSLOCM = 1,0	A-42
Abbildung 156: $c_f$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 bis 512, EPSLOCM = 1,0	A-42
Abbildung 157: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0	A-43
Abbildung 158: $c_a$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0	A-43
Abbildung 159: $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0	A-43
Abbildung 160: $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0	A-43
Abbildung 161: $c_a$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0	A-43
Abbildung 162: $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0	A-43
Abbildung 163: $c_p$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0	A-44
Abbildung 164: $c_p$ -Transitionsbereich, Baldwin-Lomax, alle RVIS 4, EPSLOCM = 1,0	A-44
Abbildung 165: $c_f$ -Transitionsbereich, Baldwin-Lomax, alle RVIS 4, EPSLOCM = 1,0	A-44
Abbildung 166: $c_p$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0	A-44
Abbildung 167: $c_p$ -Transitionsbereich, Spalart-Allmaras, alle RVIS 4, EPSLOCM = 1,0	A-44
Abbildung 168: $c_f$ -Transitionsbereich, Spalart-Allmaras, alle RVIS 4, EPSLOCM = 1,0	A-44
Abbildung 169: $c_f$ -Transitionsbereich, Baldwin-Lomax, alle RVIS 4, EPSLOCM = 1,0	A-45
Abbildung 170: $c_f$ -Transitionsbereich, Baldwin-Lomax, RVIS 4 = 512	A-45
Abbildung 171: $c_f$ -Transitionsbereich, Spalart-Allmaras, RVIS 4 = 512	A-45
Abbildung 172: $c_f$ -Transitionsbereich, Spalart-Allmaras, EPSLOCM = 1,0, RVIS 4 = 2048	A-45
Abbildung 173: $\rho$ -Residuen, $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0	A-46
Abbildung 174: $\rho$ -Residuen, $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0	A-46
Abbildung 175: $\rho$ -Residuen, alle Modelle, ISMOO = 0	A-46
Abbildung 176: $c_a$ und $c_w$ , alle Modelle, ISMOO = 0	A-46
Abbildung 177: $\rho$ -Residuen, $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 1	A-46
Abbildung 178: $\rho$ -Residuen, $c_a$ und $c_w$ , Spalart-Allmaras, ISMOO = 1	A-46
Abbildung 179: $\rho$ -Residuen, $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, EPSLOCM = 1,0, ISMOO = 0	A-47
Abbildung 180: $\rho$ -Residuen, $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, EPSLOCM = 2,0, ISMOO = 0	A-47
Abbildung 181: $\rho$ -Residuen, $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, EPSLOCM = 3,0, ISMOO = 0	A-47
Abbildung 182: $\rho$ -Residuen, $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, EPSLOCM = 1,0, ISMOO = 1	A-47
Abbildung 183: $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, Vgl. ISMOO = 0 und ISMOO = 2	A-47
Abbildung 184: $c_f$ , Baldwin-Lomax, Vgl. ISMOO = 0 und ISMOO = 2	A-47
Abbildung 185: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA = 0,4 bis 0,8	A-48
Abbildung 186: $\rho$ -Residuen, $c_a$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe, Zoom	A-48
Abbildung 187: $c_a$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA = 0,4 bis 0,8	A-48
Abbildung 188: $c_w$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe	A-48
Abbildung 189: $c_p$ , Baldwin-Lomax, k(2) aus, RVIS 4 = 64, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe	A-48
Abbildung 190: $c_f$ -Transitionsbereich, Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe	A-48
Abbildung 191: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe, EPSLOCM = 3,0	A-49
Abbildung 192: $c_a$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe, EPSLOCM = 3,0	A-49
Abbildung 193: $c_w$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe, EPSLOCM = 3,0	A-49
Abbildung 194: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe, EPSLOCM = 3,0	A-49
Abbildung 195: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe, EPSLOCM = 3,0	A-49
Abbildung 196: Druckfeld, Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0	A-50
Abbildung 197: Geschwindigkeitsvektoren normal und ins Profil laufend, Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0	A-50
Abbildung 198: Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, V-Vektoren ins Profil laufend, EPSLOCM = 3,0	A-50
Abbildung 199: Geschwindigkeitsvektoren ablösend, Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0	A-50
Abbildung 200: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL unterschiedlich	A-50
Abbildung 201: $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL unterschiedlich	A-50
Abbildung 202: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL unterschiedlich	A-51

Abbildung 203: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL unterschiedlich	A-51
Abbildung 204: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA	A-51
Abbildung 205: $c_a$ , Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA	A-51
Abbildung 206: $c_w$ , Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA	A-51
Abbildung 207: $c_p$ , Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA	A-52
Abbildung 207: $c_f$ , Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA	A-52
Abbildung 209: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, Prec alt und neu, EPSLOCM = 3,0, ZETA = 0,666 und 0,4	A-52
Abbildung 210: $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, Prec alt und neu, EPSLOCM = 3,0, ZETA = 0,666 und 0,4	A-52
Abbildung 211: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, Prec alt und neu, EPSLOCM = 3,0, ZETA = 0,666	A-53
Abbildung 212: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, Prec alt und neu, EPSLOCM = 3,0, ZETA = 0,666, CFL unterschiedlich	A-53
Abbildung 213: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,666, Prec alt und neu, EPSLOCM = 3,0	A-53
Abbildung 214: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3, CFL unterschiedlich	A-53
Abbildung 215: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,666, Prec alt und neu, EPSLOCM = 3,0,	A-53
Abbildung 216: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, Prec alt u. neu, EPSLOCM = 3,0, CFL unterschiedlich	A-53
Abbildung 217: $\rho$ -Residuen, $c_a$ und $c_w$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, CFL = 2,0	A-54
Abbildung 218: $\rho$ -Residuen, $c_a$ und $c_w$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL = 1,5	A-54
Abbildung 219: $c_p$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, CFL = 2,0 (bis 20000 Iterationen)	A-54
Abbildung 220: $c_p$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL = 1,5	A-54
Abbildung 221: $c_f$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, CFL = 2,0	A-54
Abbildung 222: $c_f$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL = 1,5	A-54
Abbildung 223: Druckfeld, Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL = 1,5	A-55
Abbildung 224: Dichtefeld, Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL = 1,5	A-55
Abbildung 225: Stromlinien, Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL = 1,5	A-55
Abbildung 226: $\rho$ -Residuum, $c_a$ und $c_w$ , Wilcox k- $\omega$ , ZETA = 0,4, CFL = 2,0	A-55
Abbildung 227: $c_p$ , Wilcox k- $\omega$ , ZETA = , CFL = 2,0	A-55
Abbildung 228: $c_f$ , Wilcox k- $\omega$ , ZETA = , CFL = 2,0	A-55
Abbildung 229: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,666, Vgl. ISMOO = 0 und 2	A-56
Abbildung 230: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,666, Vgl. ISMOO = 0 und 2	A-56
Abbildung 231: $c_p$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,666, Vgl. ISMOO = 0 und 2	A-56
Abbildung 232: $c_f$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,666, Vgl. ISMOO = 0 und 2	A-56
Abbildung 233: $c_p$ , Wilcox k- $\omega$ , , ZETA = 0,666, Vgl. ISMOO = 0 und 2	A-56
Abbildung 234: $c_f$ , Wilcox k- $\omega$ , ZETA = 0,666, Vgl. ISMOO = 0 und 2	A-56
Abbildung 235: $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0	A-57
Abbildung 236: $c_a$ , Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0	A-57
Abbildung 237: $c_w$ , Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0	A-57
Abbildung 238: $c_f$ , Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0	A-57
Abbildung 239: $c_f$ , Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA bis 30000 Iterationen, CFL = 2,0	A-57
Abbildung 240: $\rho$ -Residuen, Wilcox k- $\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0	A-58
Abbildung 241: $c_a$ , Wilcox k- $\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0	A-58
Abbildung 242: $c_w$ , Wilcox k- $\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0	A-58
Abbildung 243: $c_f$ , Wilcox k- $\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0	A-58
Abbildung 244: $c_f$ , Wilcox k- $\omega$ , alle Variationen von ZETA bis 30000 Iterationen, CFL = 2,0	A-58
Abbildung 245: $\rho$ -Residuen, alle Modelle, ISMOO = 0, EPSLOCM = 3,0	A-59
Abbildung 246: $c_p$ und $c_f$ , Wilcox k- $\omega$ , ISMOO = 0, EPSLOCM = 3,0	A-59
Abbildung 247: $\rho$ -Residuen, $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, CFL = 7,5, ISMOO = 2	A-59
Abbildung 248: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, CFL = 7,5, ISMOO = 2	A-59

Abbildung 249: $\rho$ -Residuen, $c_a$ und $c_w$ , 3 Modelle, ZETA = 0,4, CFL = 7,5/6,5, Restart: single-grid, ISMOO = 2	A-59
Abbildung 250: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5	A-60
Abbildung 251: $c_a$ und $c_w$ , Baldwin-Lomax, ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5	A-60
Abbildung 252: $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5	A-60
Abbildung 253: $c_a$ und $c_w$ , Spalart-Allmaras, ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5	A-60
Abbildung 254: $\rho$ -Residuen, Wilcox k- $\omega$ , ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5	A-60
Abbildung 255: $c_a$ und $c_w$ , Wilcox k- $\omega$ , ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5	A-60
Abbildung 256: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5	A-61
Abbildung 257: $c_f$ -Transitionsbereich, Spalart-Allmaras, ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5	A-61
Abbildung 258: $c_f$ -Transitionsbereich, Wilcox k- $\omega$ , ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5	A-61
Abbildung 259: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5	A-61
Abbildung 260: $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5	A-61
Abbildung 261: $\rho$ -Residuen, Wilcox k- $\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5	A-61
Abbildung 262: $c_p$ , Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5	A-62
Abbildung 263: $c_f$ -Transitionsbereich, Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5	A-62
Abbildung 264: $c_p$ , Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5	A-62
Abbildung 265: $c_f$ -Transitionsbereich, Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5	A-62
Abbildung 266: $c_p$ , Wilcox k- $\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5	A-62
Abbildung 267: $c_f$ -Transitionsbereich, Wilcox k- $\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5	A-62
Abbildung 268: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, CFL = 7,5	A-63
Abbildung 269: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, CFL = 7,5	A-63
Abbildung 270: $c_f$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, CFL = 7,5	A-63
Abbildung 271: $c_f$ , Wilcox k- $\omega$ , ZETA = 0,4, CFL = 7,5	A-63
Abbildung 272: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,0, CFL = 7,5	A-63
Abbildung 273: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,0, CFL = 7,5	A-63
Abbildung 274: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,1, CFL = 7,5	A-64
Abbildung 275: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,1, CFL = 7,5	A-64
Abbildung 276: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,2, CFL = 7,5	A-64
Abbildung 277: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,2, CFL = 7,5	A-64
Abbildung 278: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,3, CFL = 7,5	A-64
Abbildung 279: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,3, CFL = 7,5	A-64
Abbildung 280: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,5, CFL = 7,5	A-65
Abbildung 281: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,5, CFL = 7,5	A-65
Abbildung 282: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,6, CFL = 7,5	A-65
Abbildung 283: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,6, CFL = 7,5	A-65
Abbildung 284: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,7, CFL = 7,5	A-65
Abbildung 285: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,7, CFL = 7,5	A-65
Abbildung 286: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,8, CFL = 7,5	A-66
Abbildung 287: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,8, CFL = 7,5	A-66
Abbildung 288: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,9, CFL = 7,5	A-66
Abbildung 289: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,9, CFL = 7,5	A-66
Abbildung 290: $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 1,0, CFL = 7,5	A-66
Abbildung 291: $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 1,0, CFL = 7,5	A-66
Abbildung 292: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA, ISMOO = 0	A-67
Abbildung 293: $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, ISMOO = 0	A-67
Abbildung 294: $\rho$ -Residuen, Wilcox k- $\omega$ , alle Variationen von ZETA, ISMOO = 0	A-67
Abbildung 295: $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA, ISMOO = 2	A-67
Abbildung 296: $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, ISMOO = 2	A-67
Abbildung 297: $\rho$ -Residuen, Wilcox k- $\omega$ , alle Variationen von ZETA, ISMOO = 2	A-67
Abbildung 298: $c_f$ -Verteilungen, Baldwin-Lomax, Vergleich von ISMOO = 0 mit ISMOO = 2	A-68
Abbildung 299: $c_f$ -Verteilungen, Spalart-Allmaras, Vergleich von ISMOO = 0 mit ISMOO = 2	A-69
Abbildung 300: $c_f$ -Verteilungen, Wilcox k- $\omega$ , Vergleich von ISMOO = 0 mit ISMOO = 2	A-70



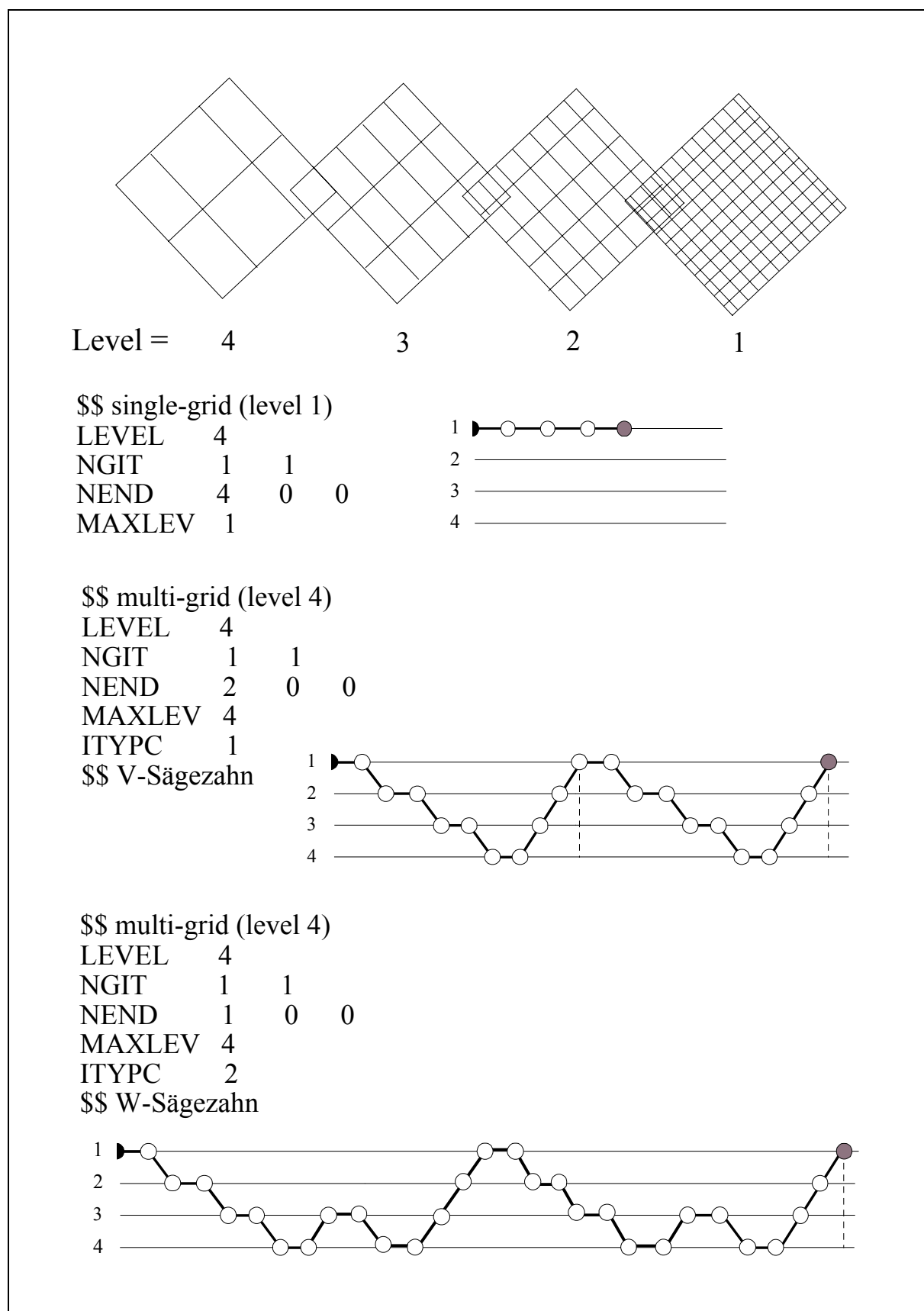


Abbildung 4: Verlauf der Zyklen bei Mehrgitter - Rechnungen und single-grid - Rechnungen

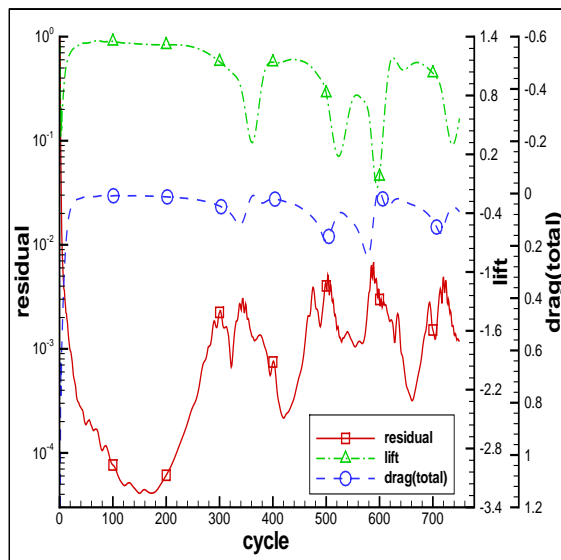
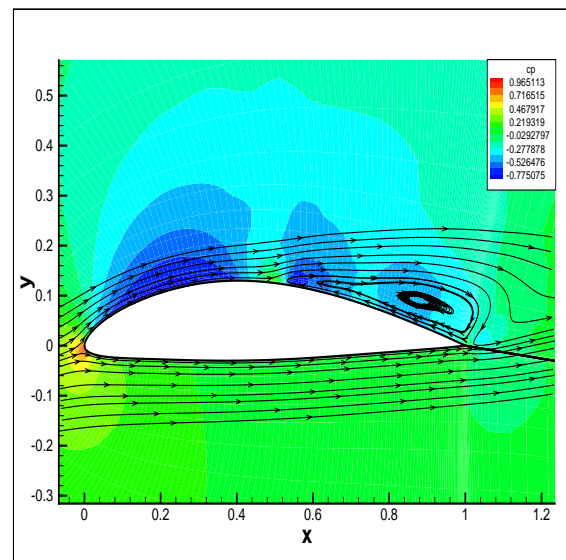
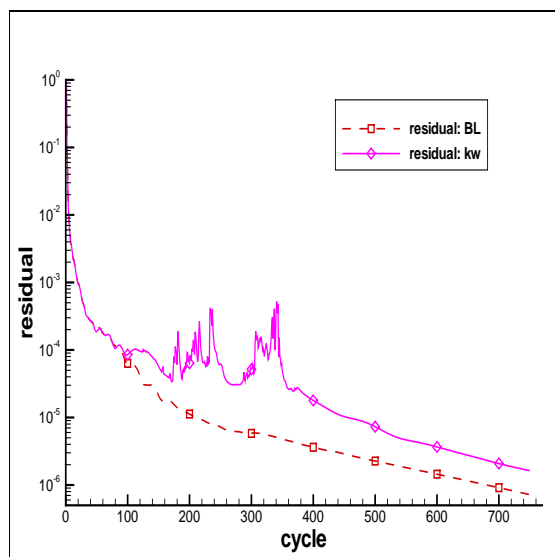
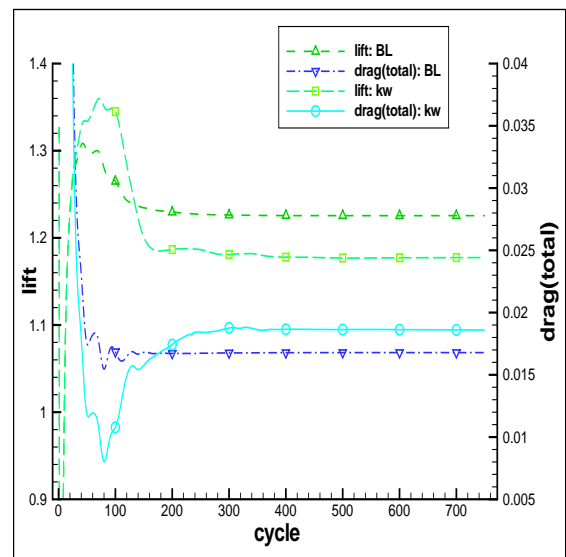
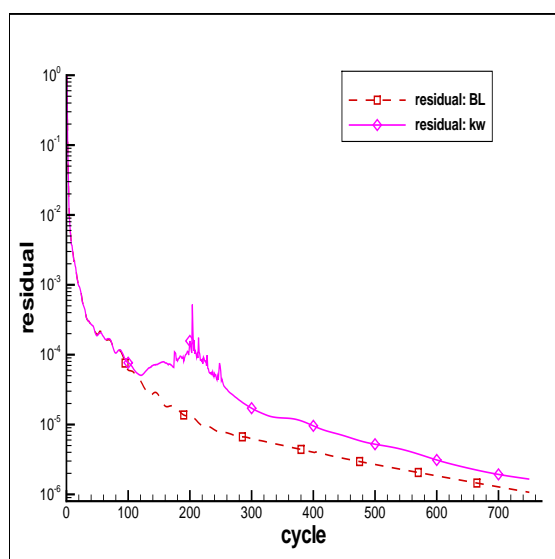
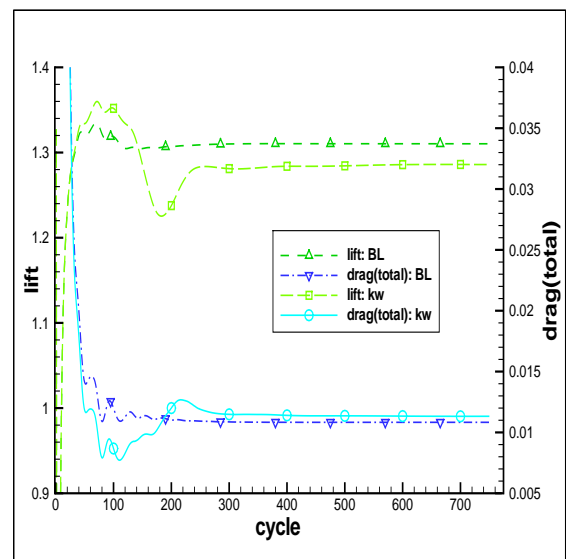
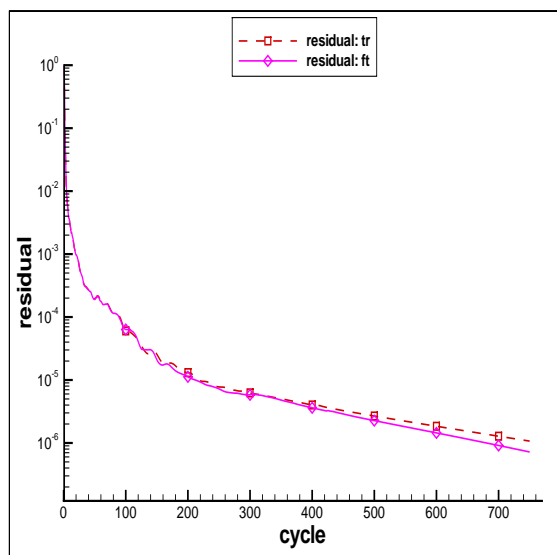
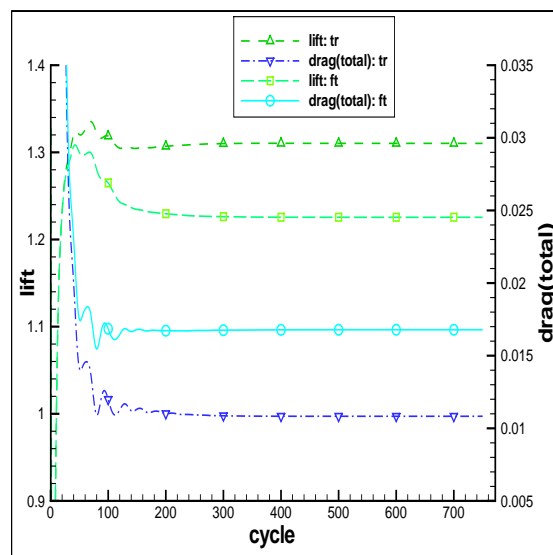
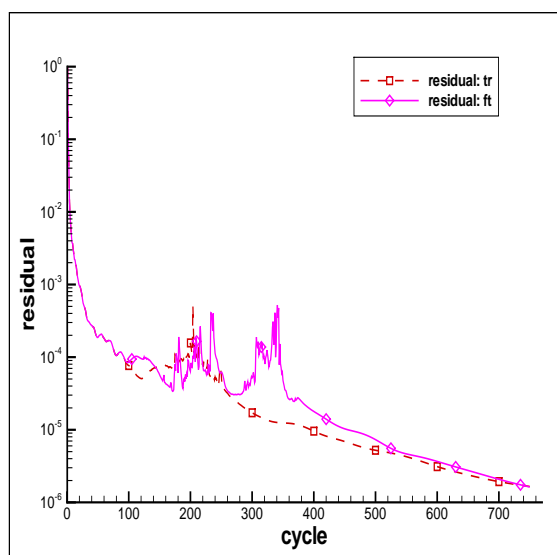
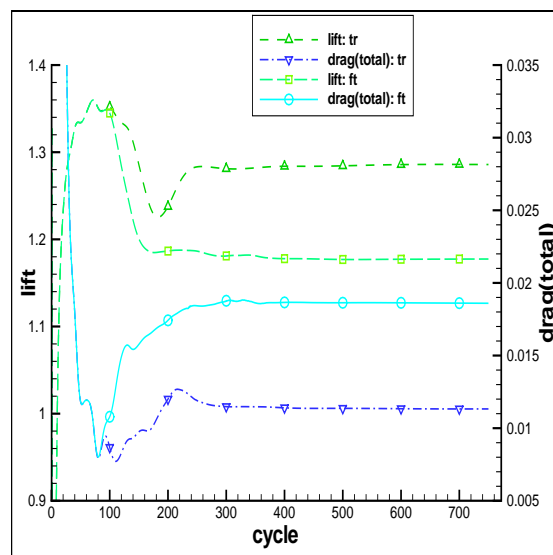
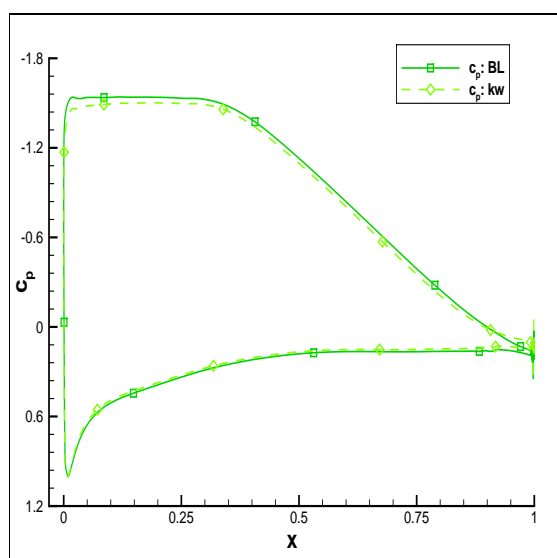
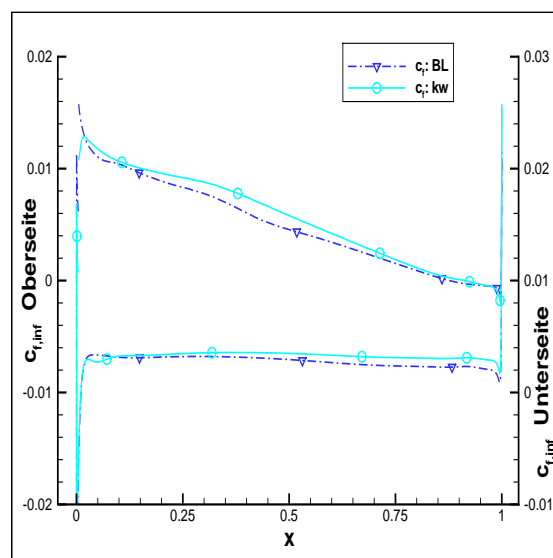
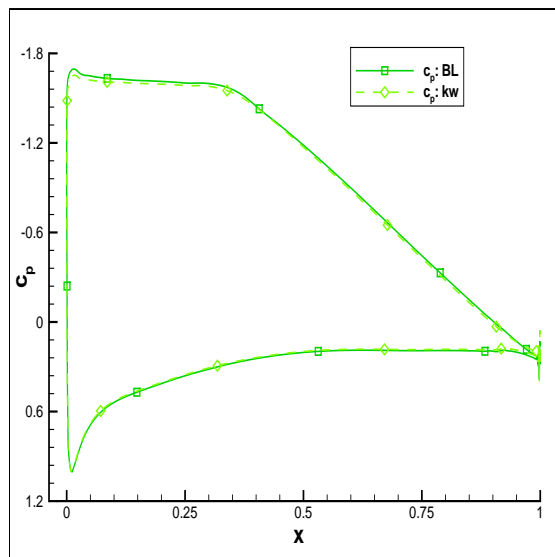
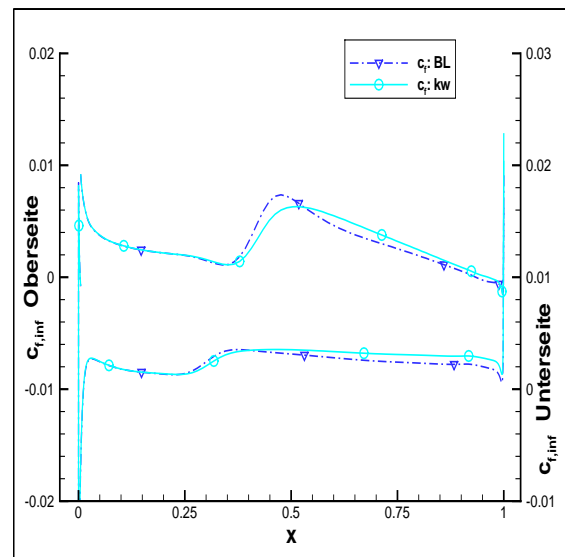
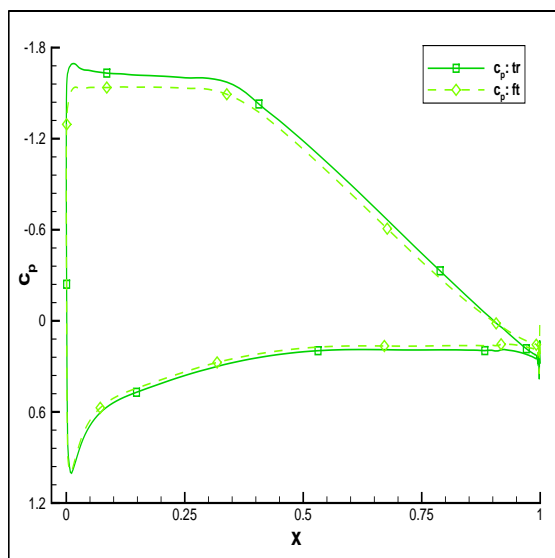
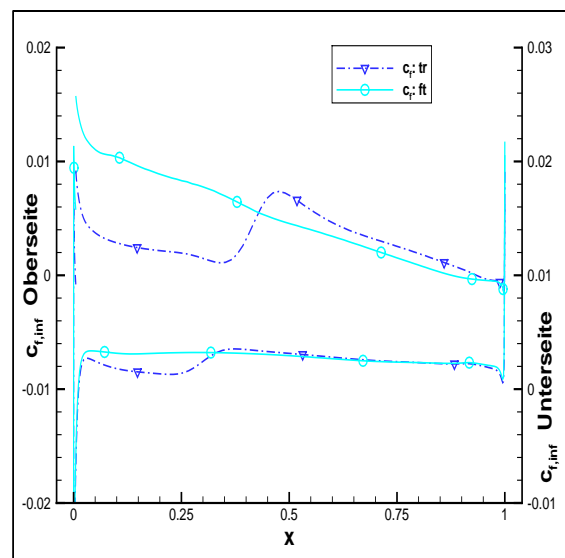
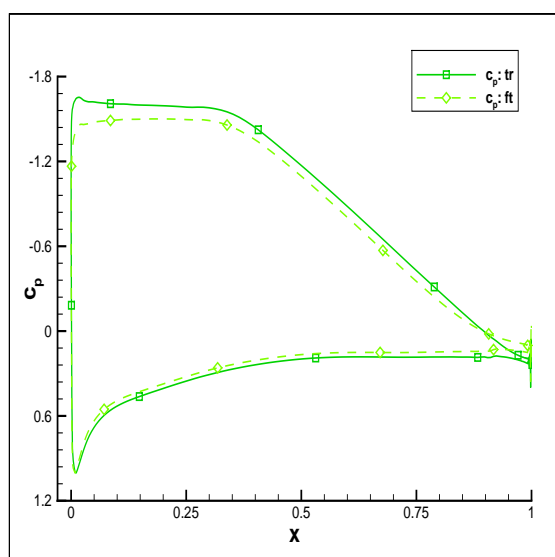
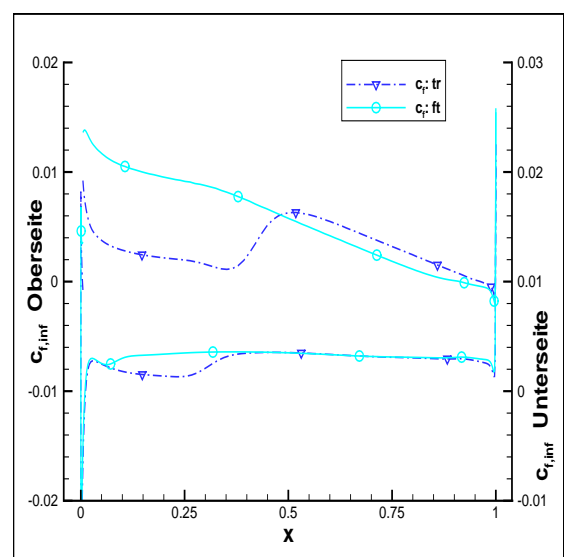
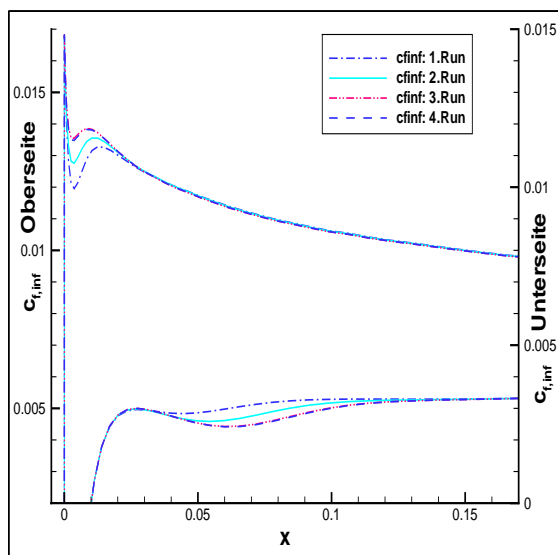
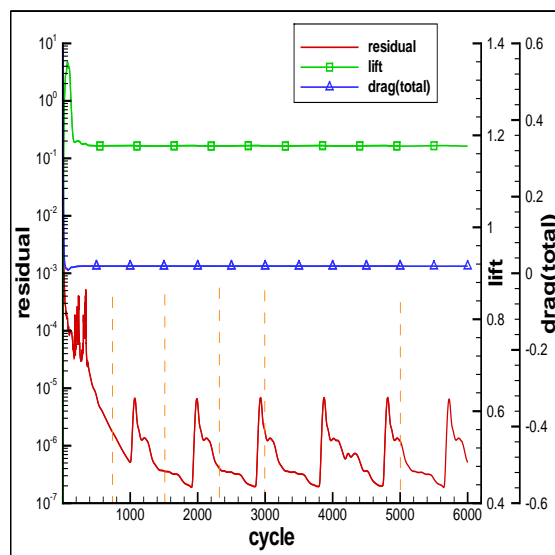
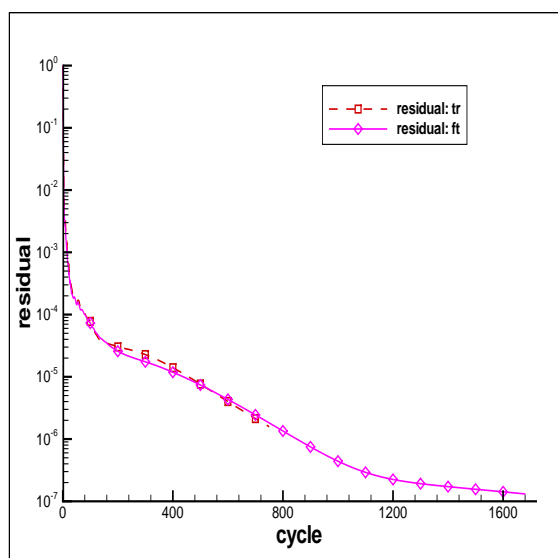
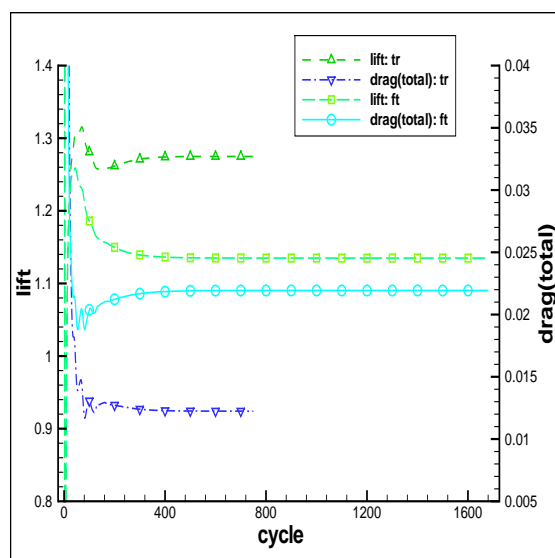
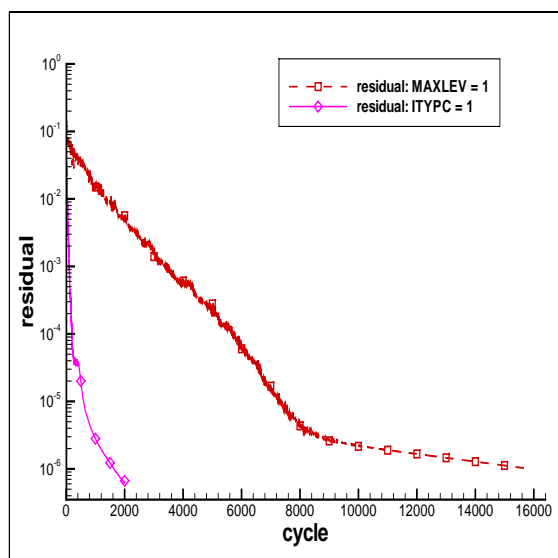
Abb. 8:  $\rho$ -Residuum,  $c_a$ - und  $c_w$ -Wert, laminar,  $\alpha = 7^\circ$ ,

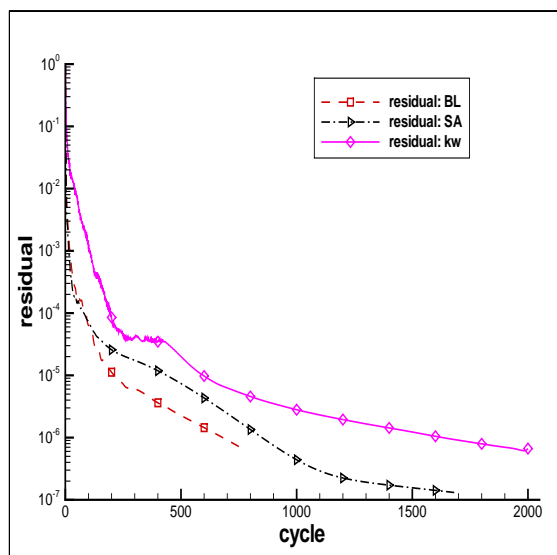
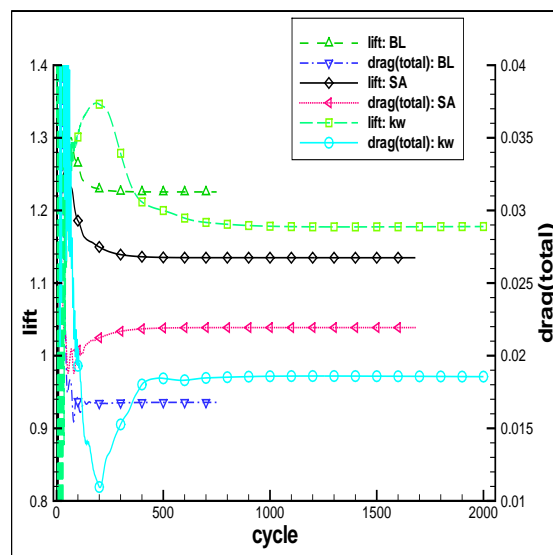
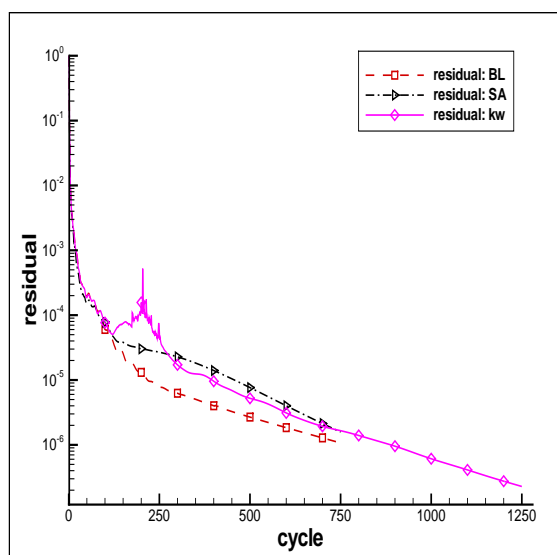
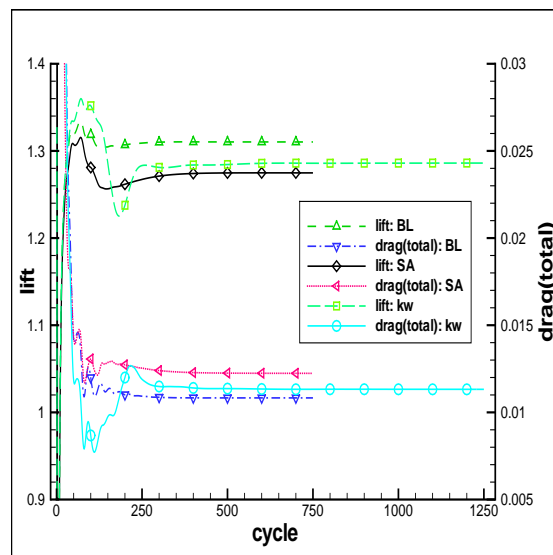
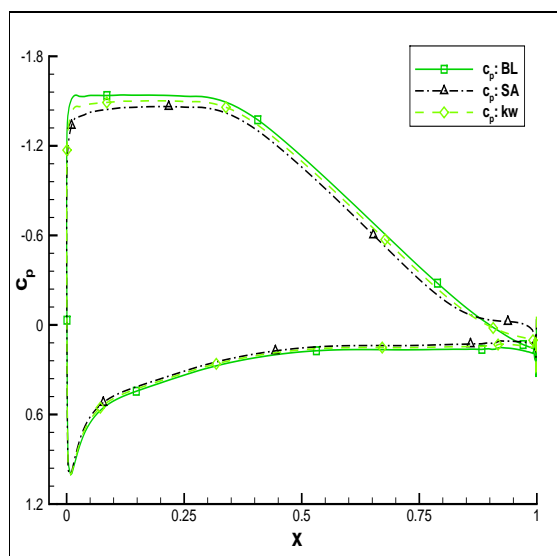
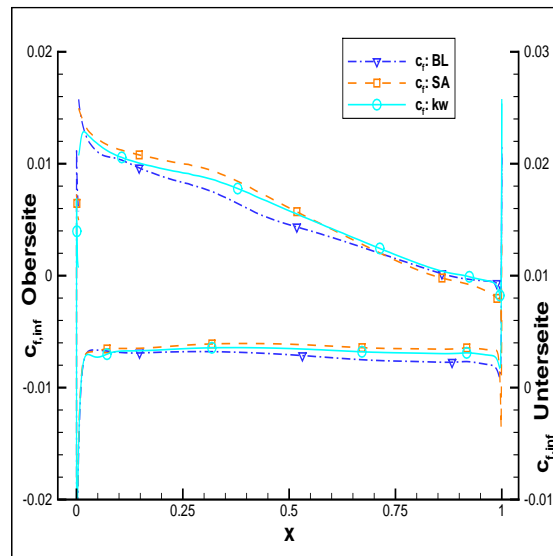
Abb. 9: Druckfeld, laminar

Abb. 10:  $\rho$ -Residuen, voll turbulente StrömungAbb. 11:  $c_a$ - und  $c_w$ -Werte, voll turbulente StrömungAbb. 12:  $\rho$ -Residuen, mit TransitionAbb. 13:  $c_a$ - und  $c_w$ -Werte, mit Transition

Abb. 14:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-LomaxAbb. 15:  $c_a$ - und  $c_w$ -Werte, Baldwin-LomaxAbb. 16:  $\rho$ -Residuen, Wilcox  $k-\omega$ Abb. 17:  $c_a$ - und  $c_w$ -Werte, Wilcox  $k-\omega$ Abb. 18:  $c_p$ -Verteilungen, voll turbulentAbb. 19:  $c_t$ -Verteilungen, voll turbulent

Abb. 20:  $c_p$ -Verteilungen, mit TransitionAbb. 21:  $c_r$ -Verteilungen, mit TransitionAbb. 22:  $c_p$ -Verteilungen, Baldwin-LomaxAbb. 23:  $c_r$ -Verteilungen, Baldwin-LomaxAbb. 24:  $c_p$ -Verteilungen, Wilcox  $k-\omega$ Abb. 25:  $c_r$ -Verteilungen, Wilcox  $k-\omega$

Abb. 26: Wilcox k- $\omega$ , voll turbulent, verschiedene RunsAbb. 27: Wilcox k- $\omega$ , voll turbulent, verschiedene RunsAbb. 28:  $\rho$ -Residuen, Spalart-AllmarasAbb. 29:  $c_a$ - und  $c_w$ -Werte, Spalart-AllmarasAbb. 30:  $\rho$ -Residuen, Wilcox k- $\omega$ , multi-grid V-Zyklus und single-grid

Abb. 31:  $\rho$ -Residuen, voll turbulent, 3 verwendete ModelleAbb. 32:  $c_a$ - und  $c_w$ -Werte, voll turbulent, 3 verwendete ModelleAbb. 33:  $\rho$ -Residuen, mit Transition, 3 verwendete ModelleAbb. 34:  $c_a$ - und  $c_w$ -Werte, mit Transition, 3 verwendete ModelleAbb. 35:  $c_p$ -Verteilungen, voll turbulent, 3 verwendete ModelleAbb. 36:  $c_r$ -Verteilungen, voll turbulent, 3 verwendete Modelle

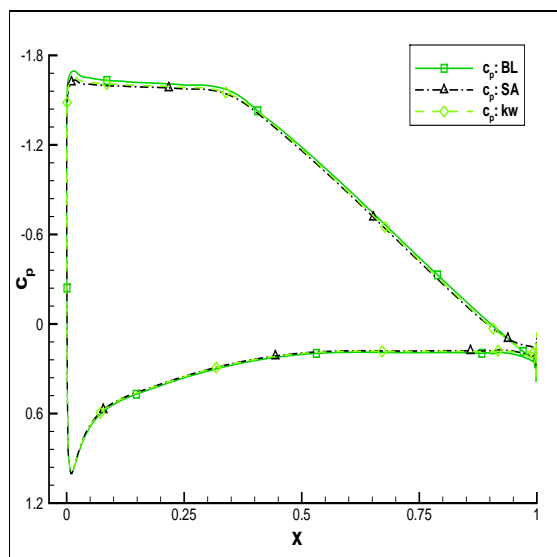
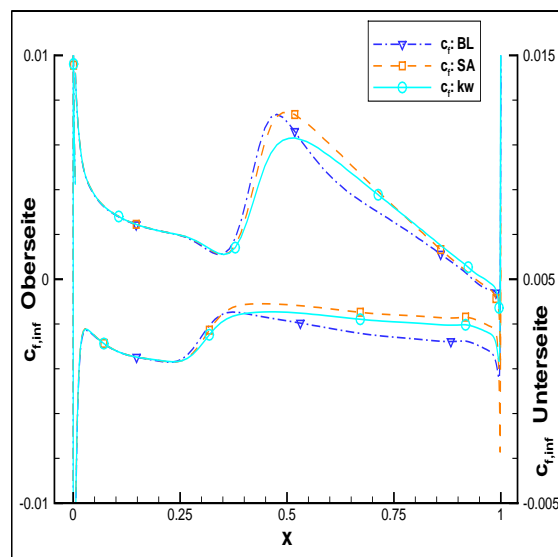
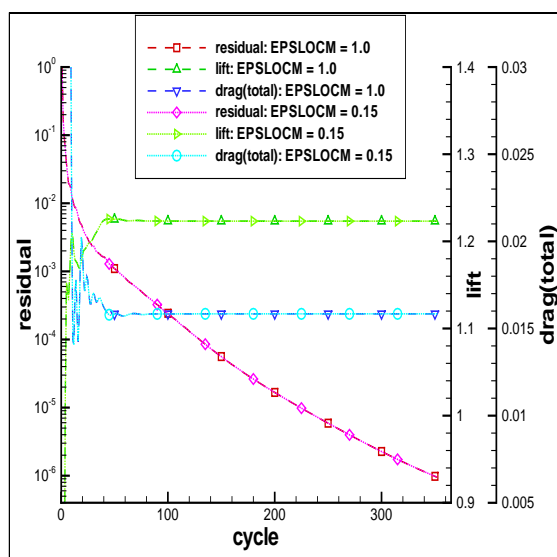
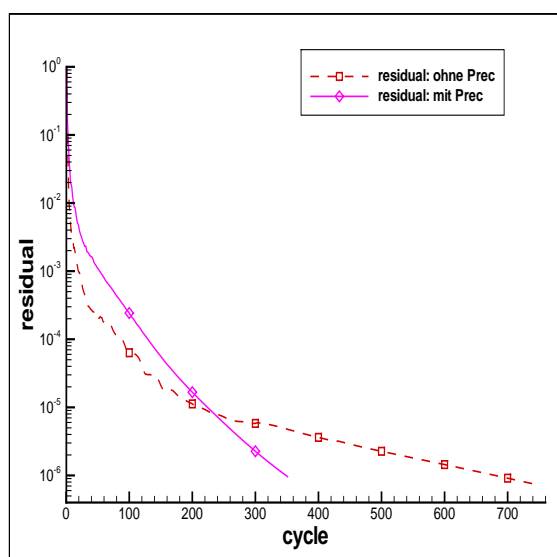
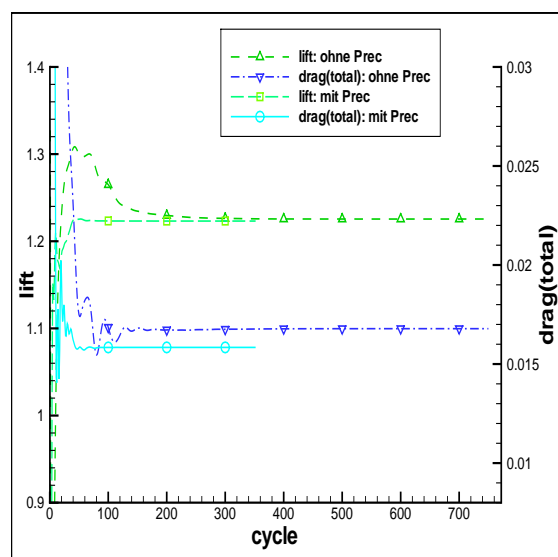
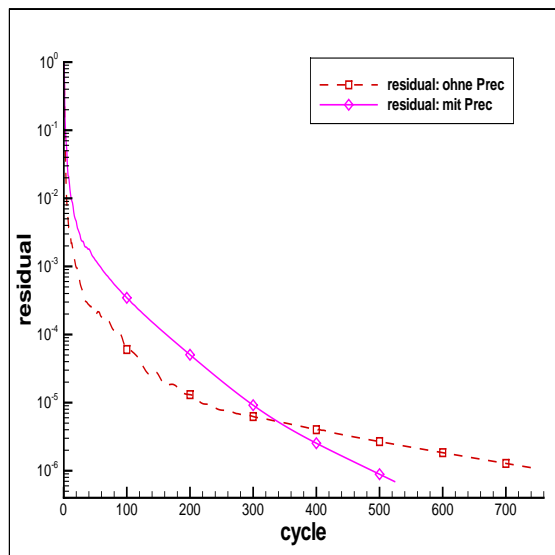
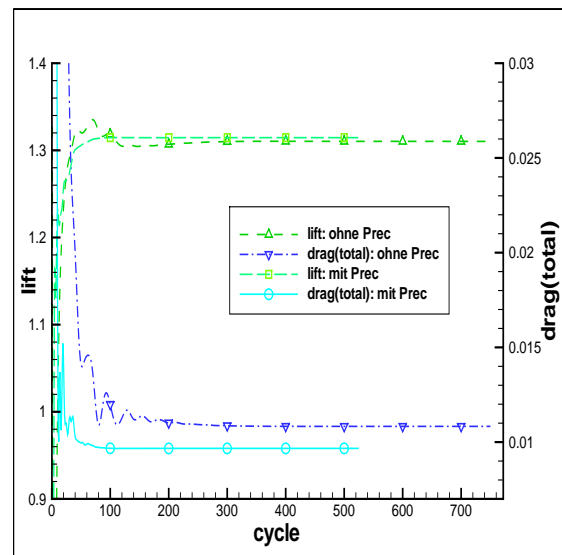
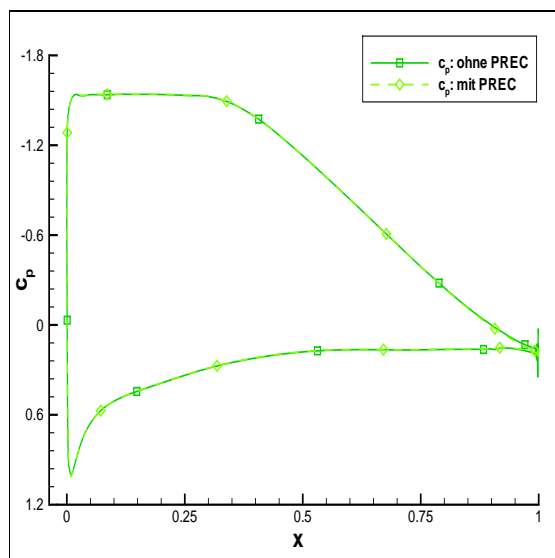
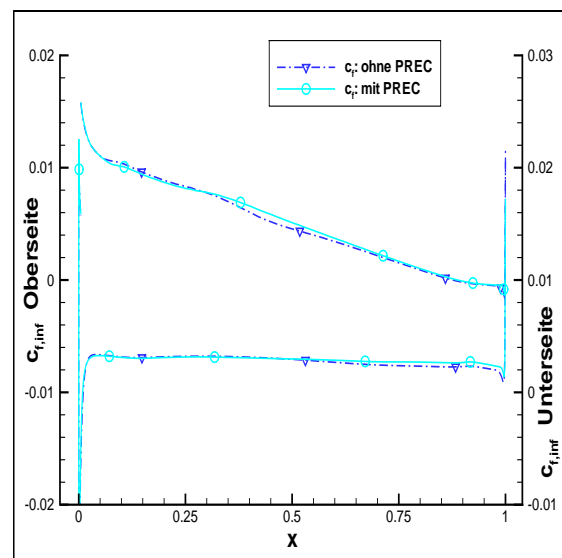
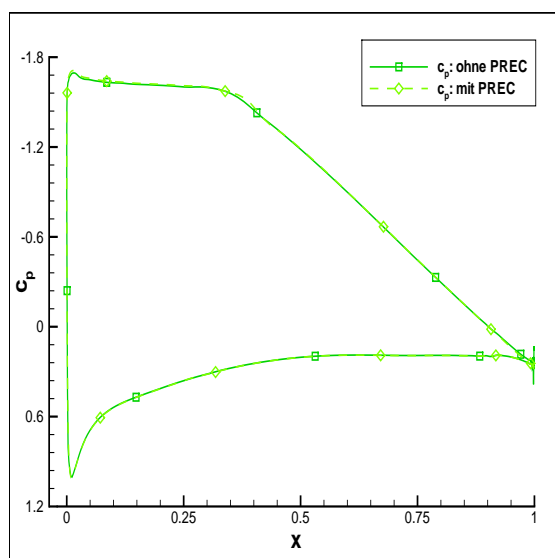
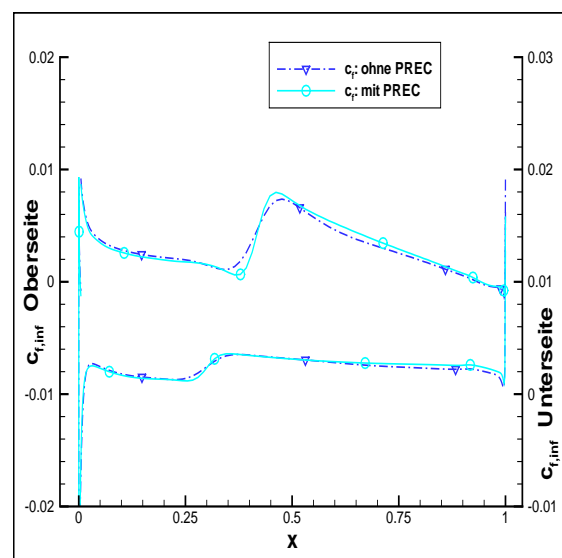
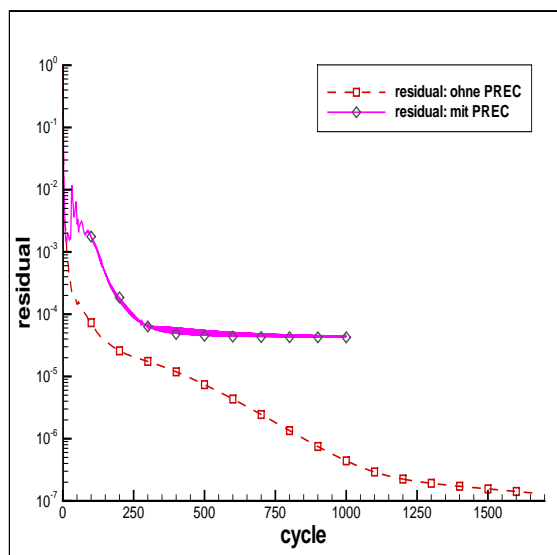
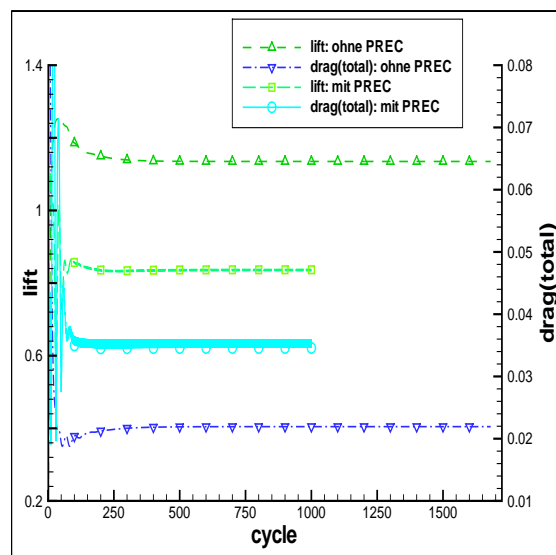
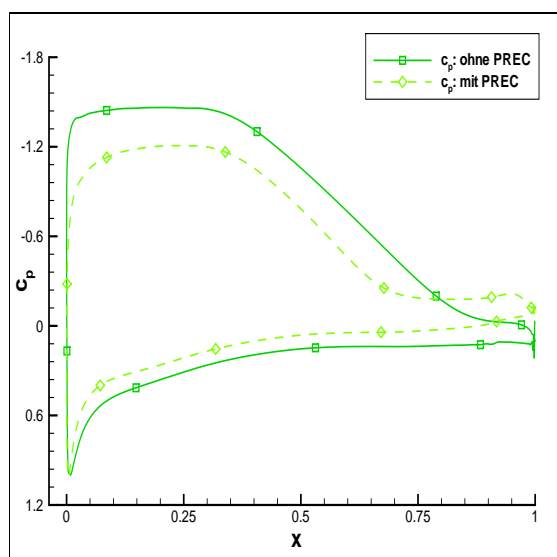
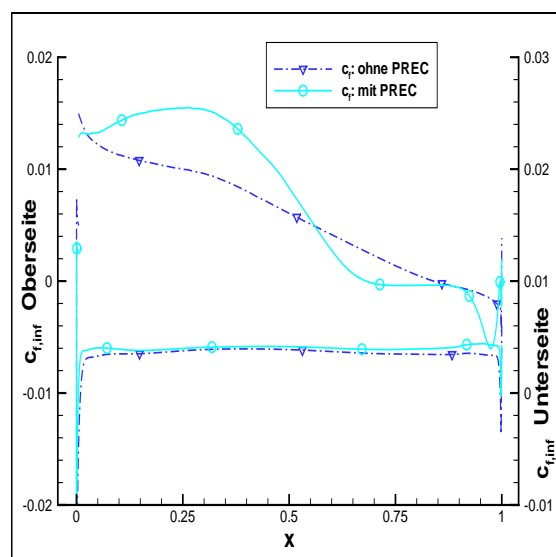
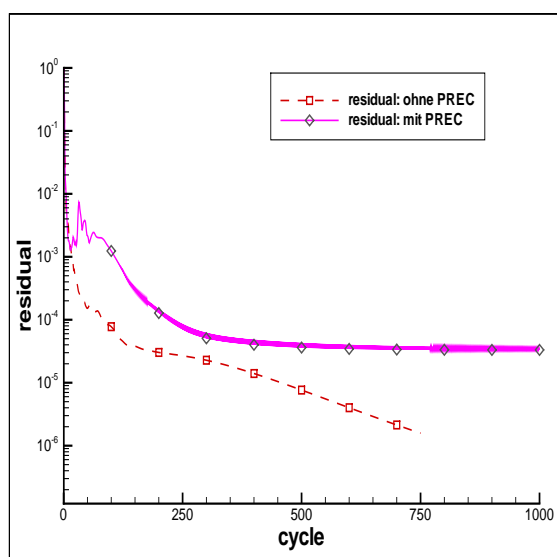
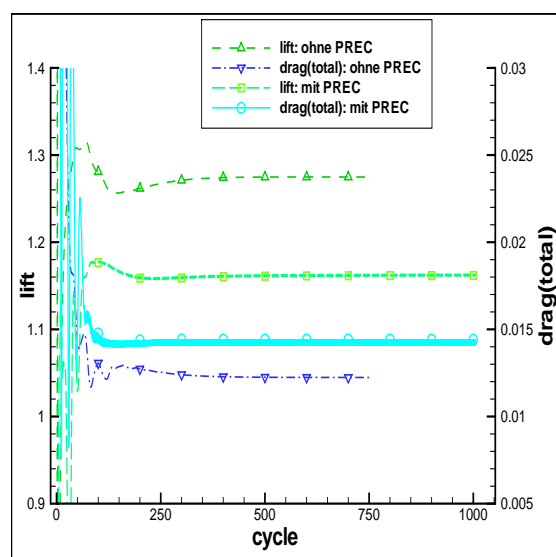
Abb. 37:  $c_p$ -Verteilungen, mit Transition, 3 verwendete ModelleAbb. 38:  $c_r$ -Verteilungen, mit Transition, 3 verwendete Modelle

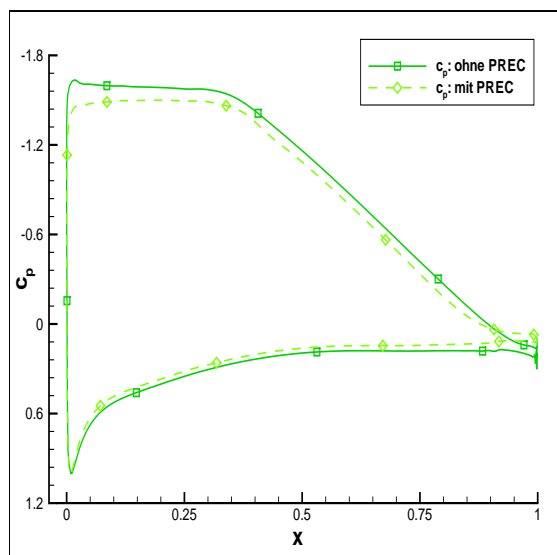
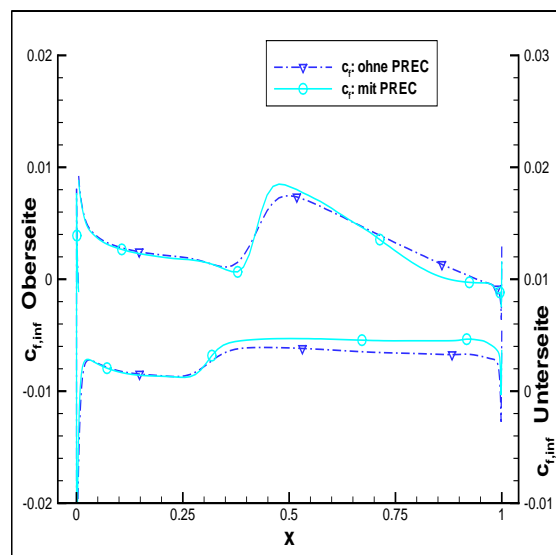
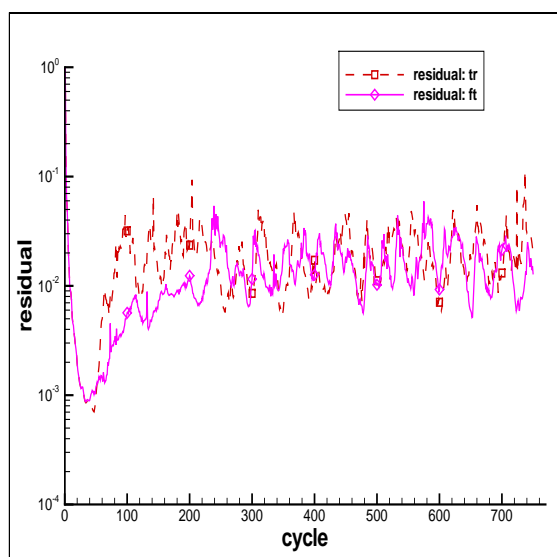
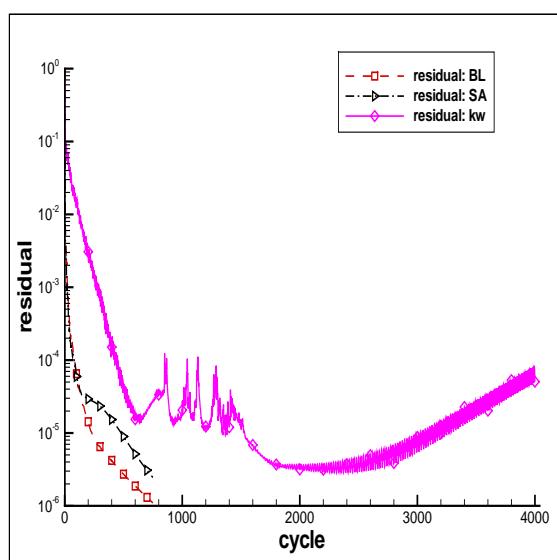
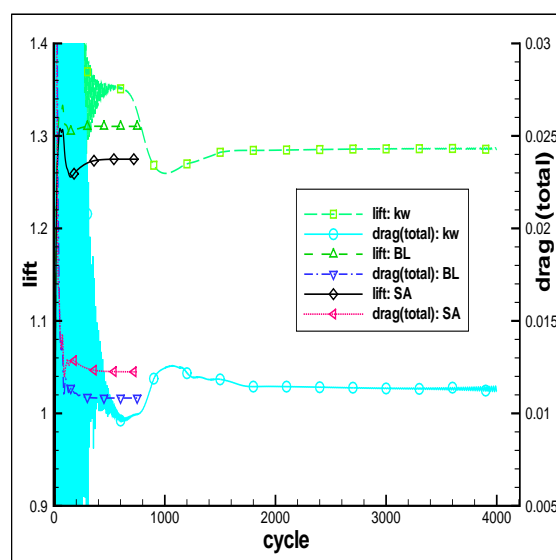
Abb. 39: Preconditioning, Baldwin-Lomax,

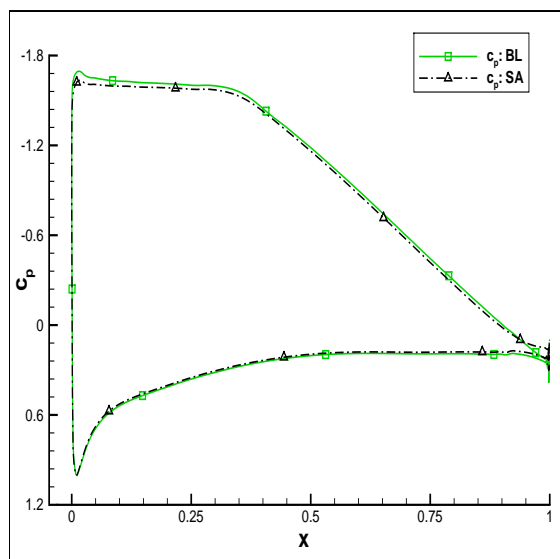
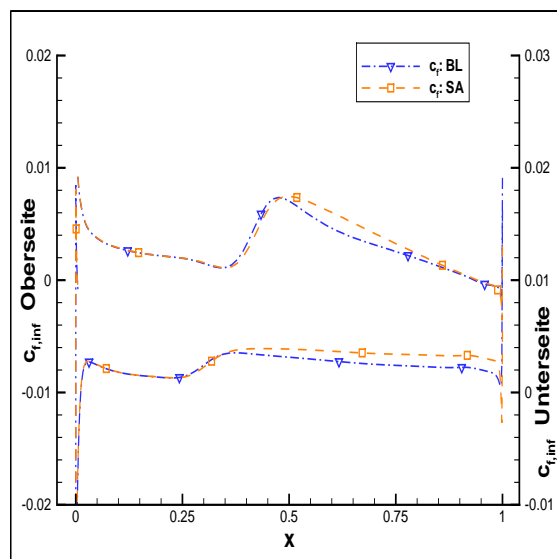
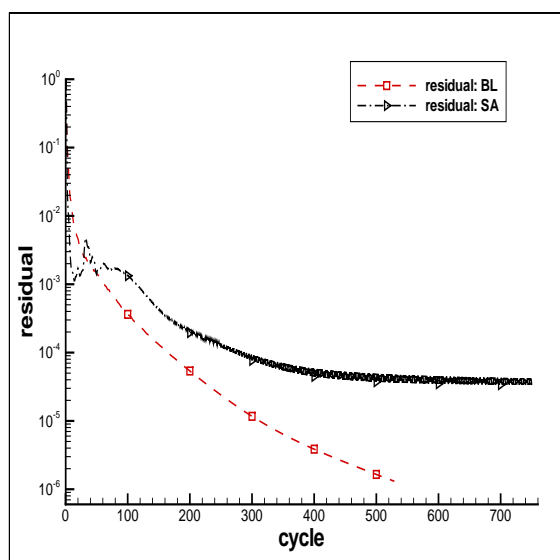
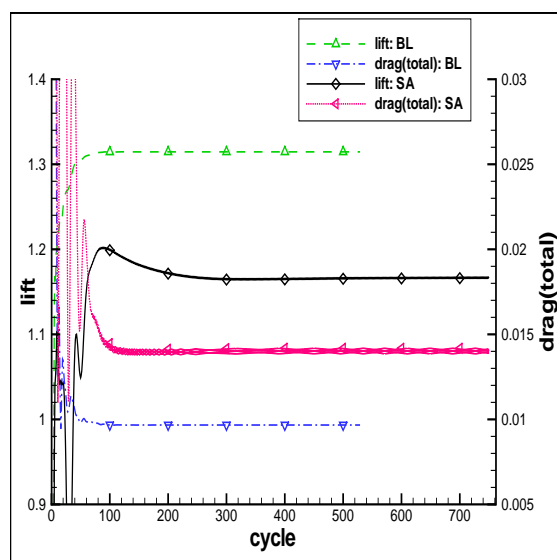
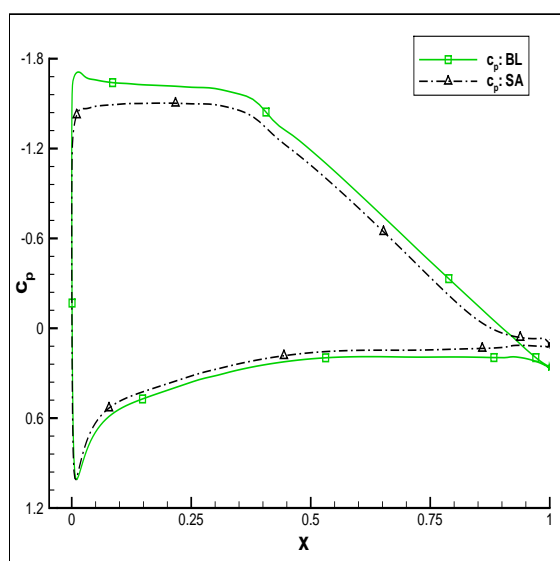
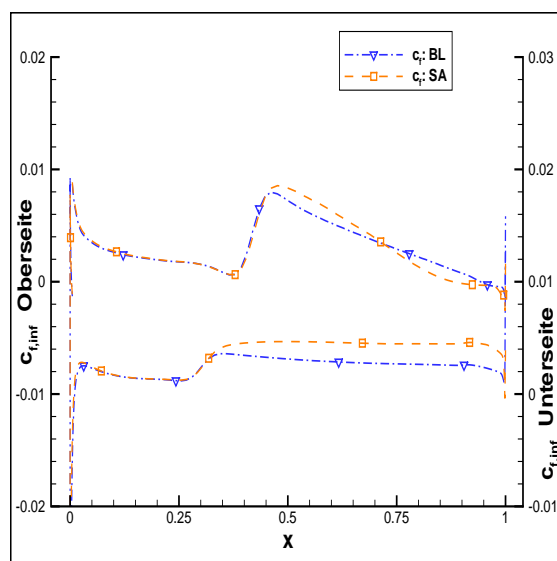
Abb. 40: Baldwin-Lomax, voll turbulent,  
EPSLOCM = 0,15Abb. 41: Baldwin-Lomax, voll turbulent,  
EPSLOCM = 0,15

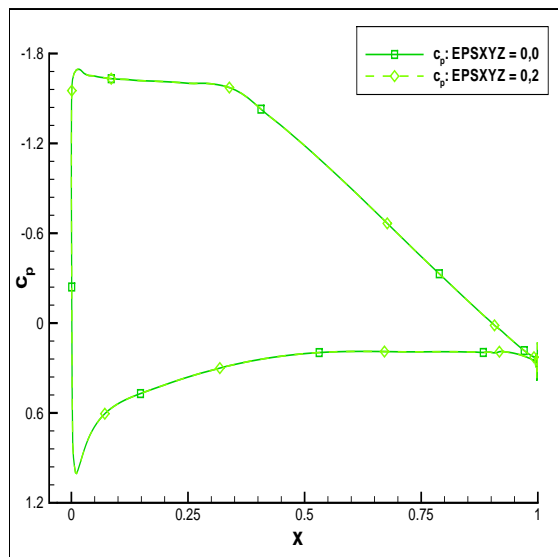
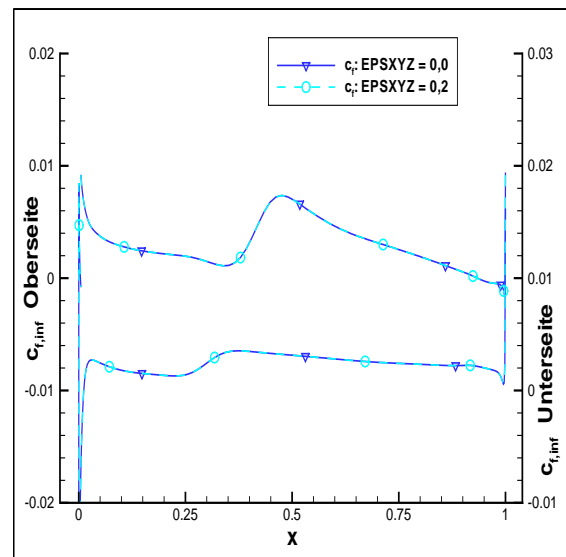
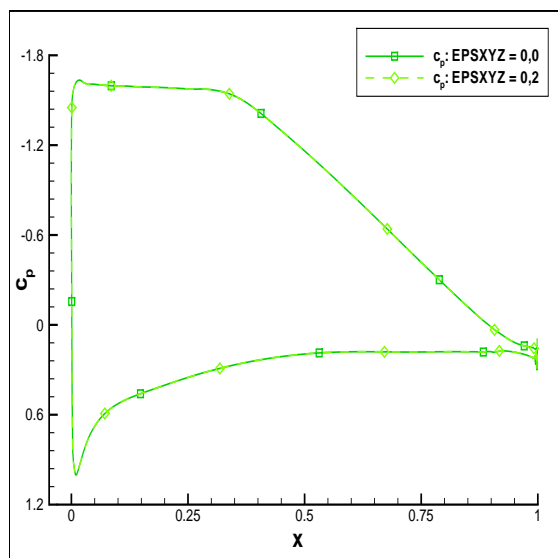
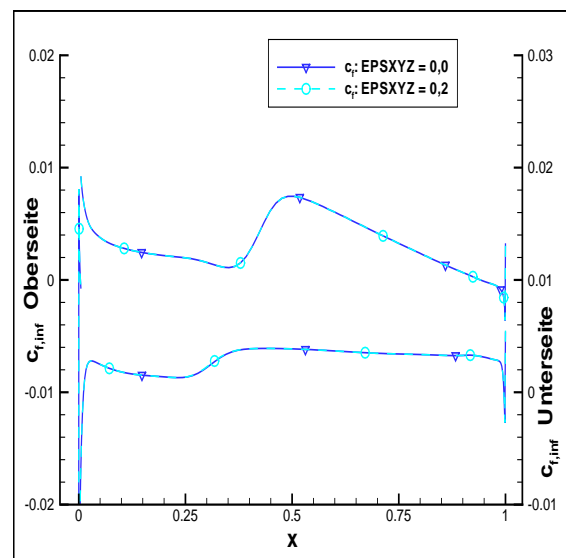
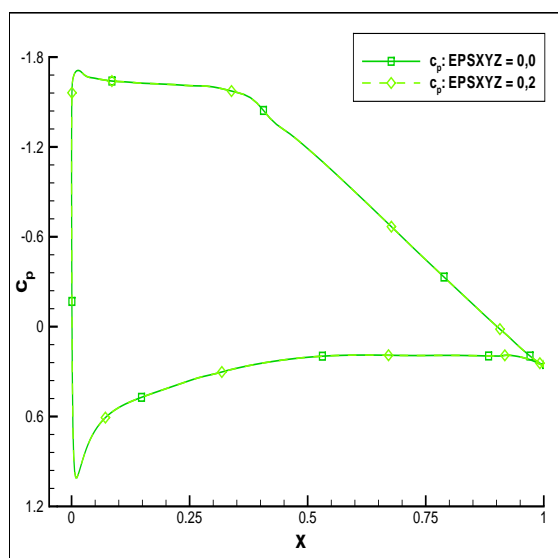
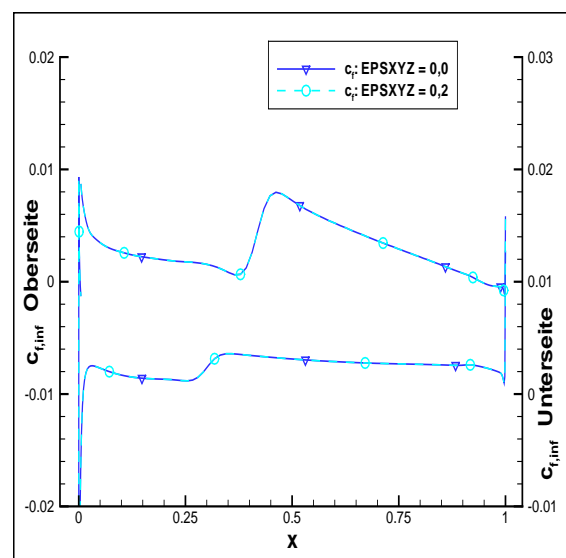
Abb. 42: Baldwin-Lomax, mit Transition,  
EPSLOCM = 1,0Abb. 43: Baldwin-Lomax, mit Transition,  
EPSLOCM = 1,0Abb. 44: Baldwin-Lomax, voll turbulent,  
EPSLOCM = 0,15Abb. 45: Baldwin-Lomax, voll turbulent,  
EPSLOCM = 0,15Abb. 46: Baldwin-Lomax, mit Transition,  
EPSLOCM = 1,0Abb. 47: Baldwin-Lomax, mit Transition,  
EPSLOCM = 1,0

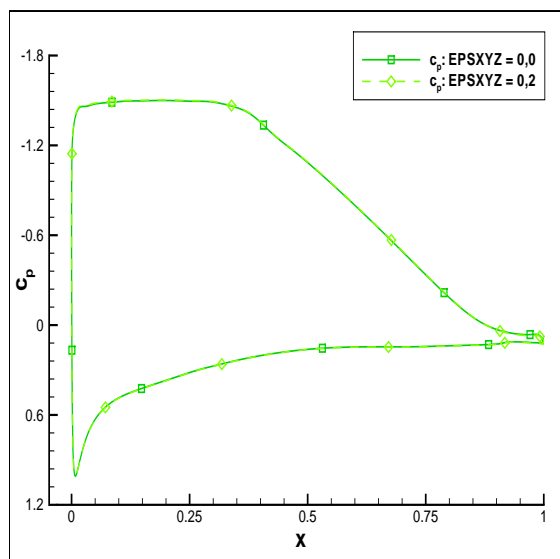
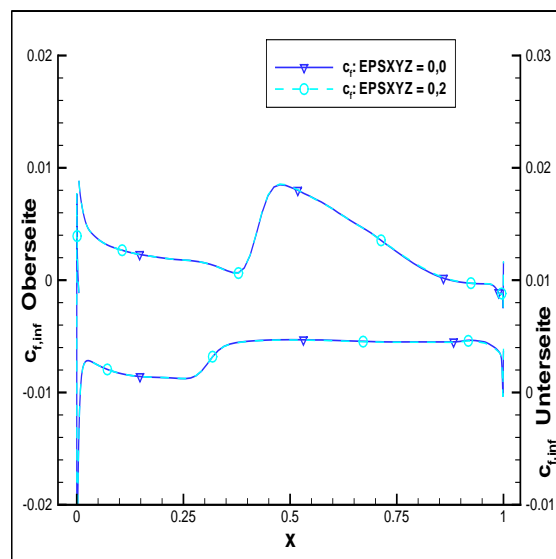
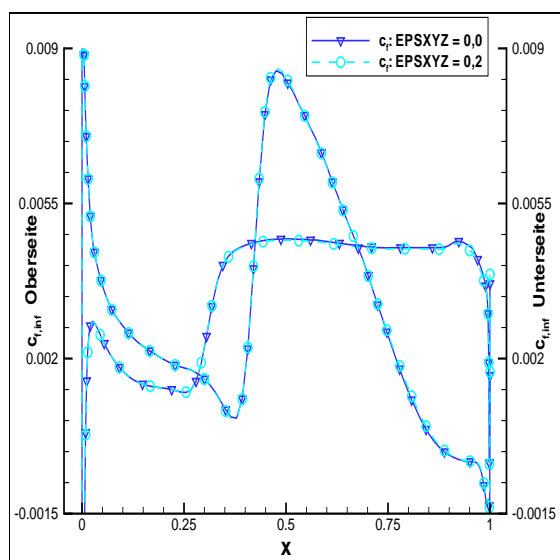


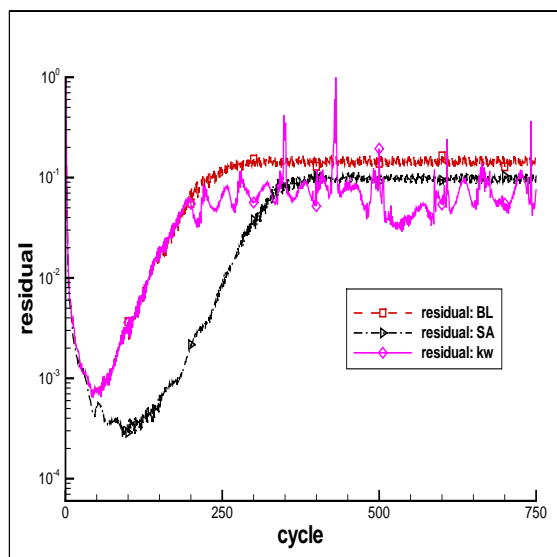
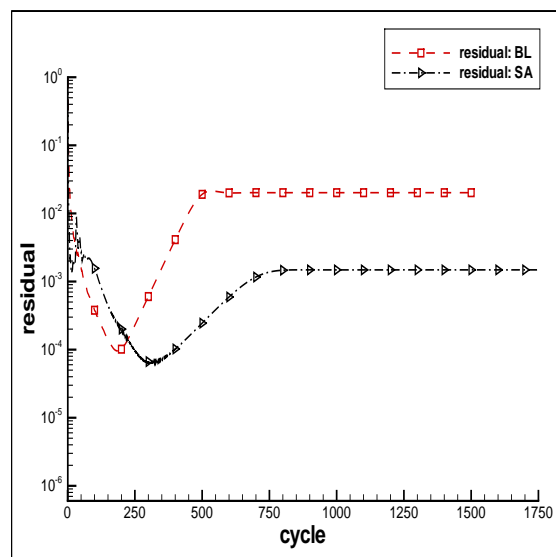
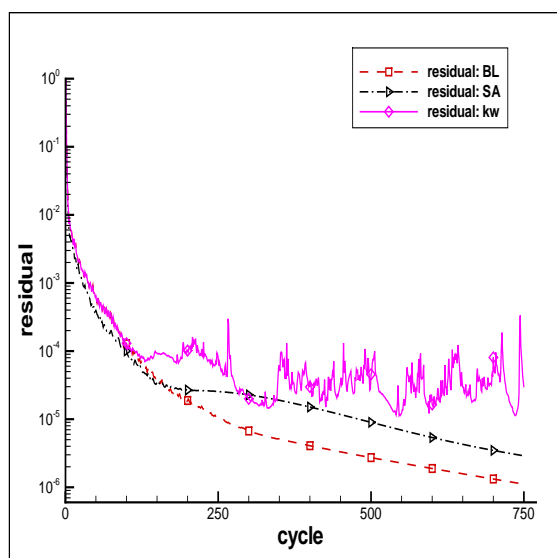
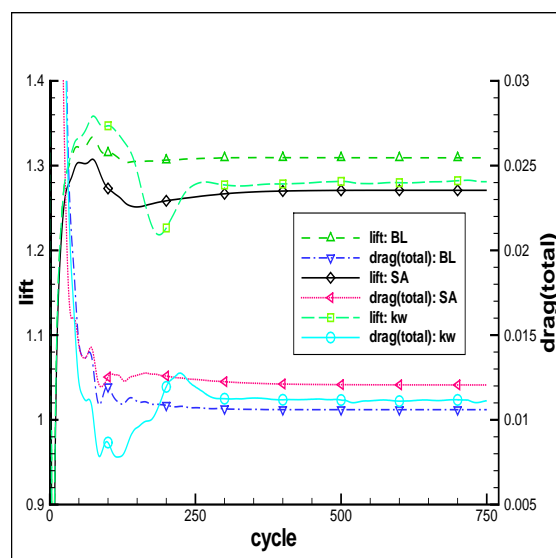
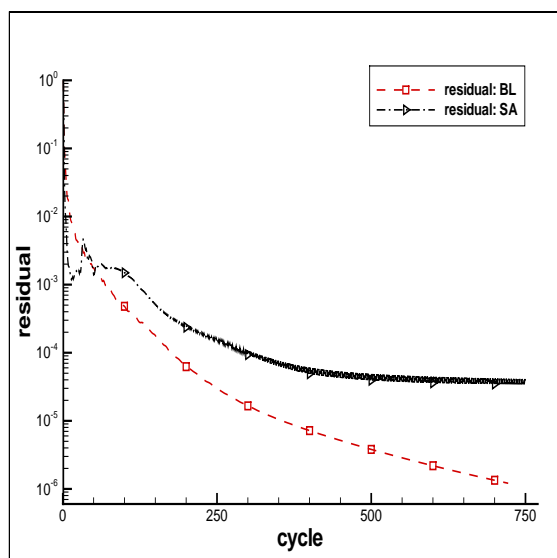
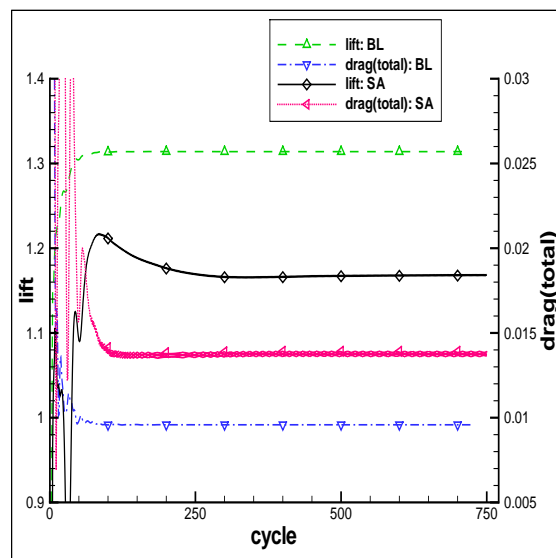
Abb. 48: Spalart-Allmaras, voll turbulent,  
EPSLOCM = 1,0Abb. 49: Spalart-Allmaras, voll turbulent,  
EPSLOCM = 1,0Abb. 50: Spalart-Allmaras, voll turbulent,  
EPSLOCM = 1,0Abb. 51: Spalart-Allmaras, voll turbulent,  
EPSLOCM = 1,0Abb. 52: Spalart-Allmaras, mit Transition,  
EPSLOCM = 1,0Abb. 53: Spalart-Allmaras, mit Transition,  
EPSLOCM = 1,0

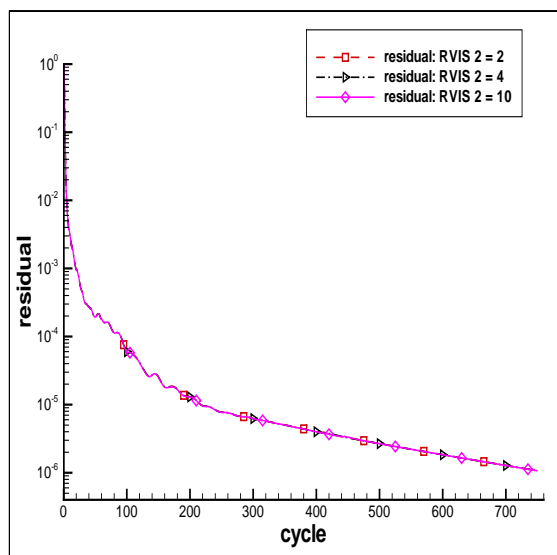
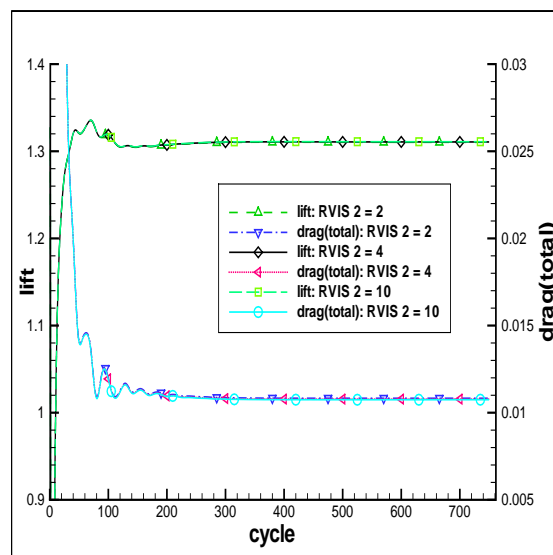
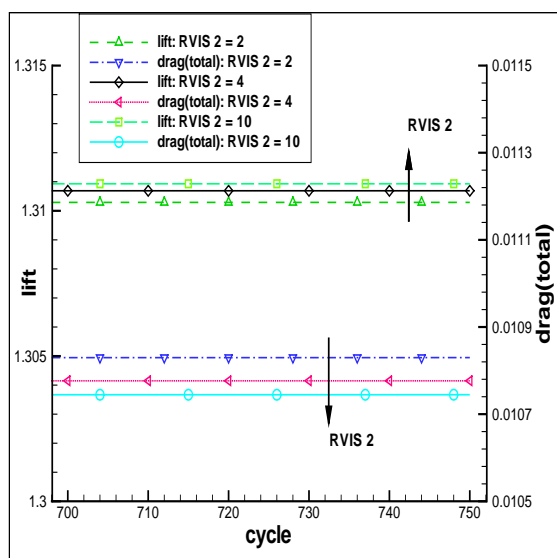
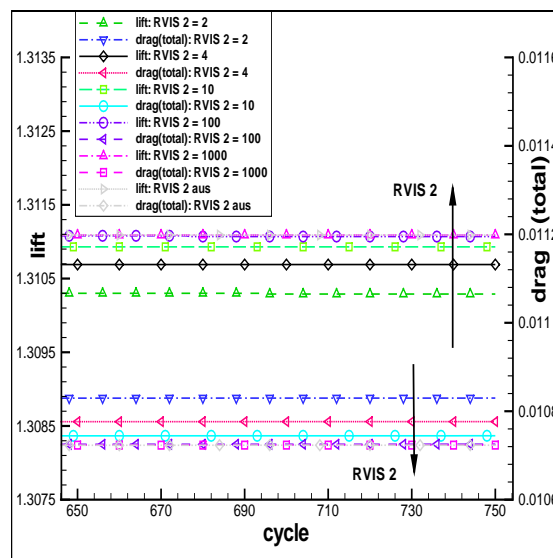
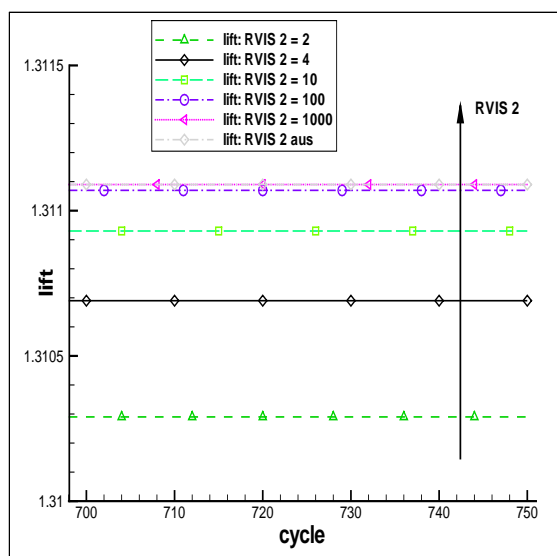
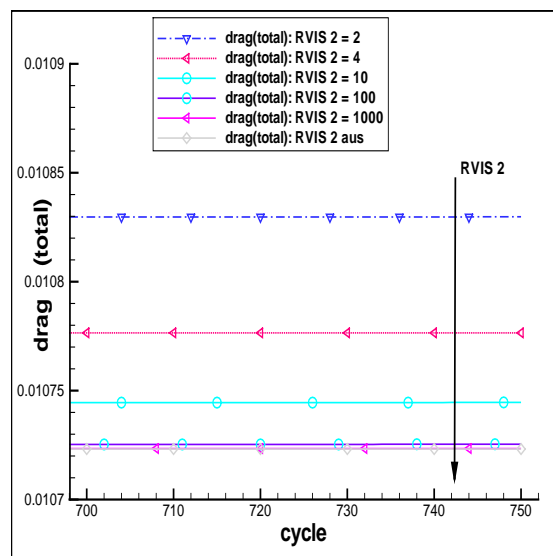
Abb. 54:  $c_p$ , Spalart-Allmaras, mit Transition, EPSLOCM = 1,0Abb. 55:  $c_f$ , Spalart-Allmaras, mit Transition, EPSLOCM = 1,0Abb. 56:  $\rho$ -Residuen,  $k-\omega$ , EPSLOCM = 1,0Abb. 57:  $\rho$ -Residuen, alle Modelle, EPSXYZ = 0,2Abb. 58:  $c_a$  und  $c_w$ , alle Modelle, EPSXYZ = 0,2

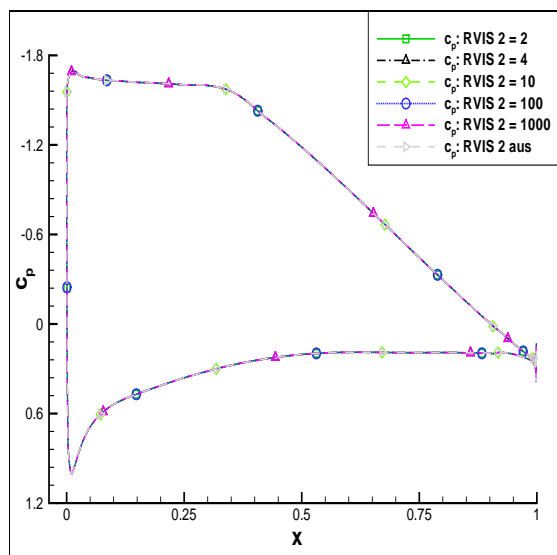
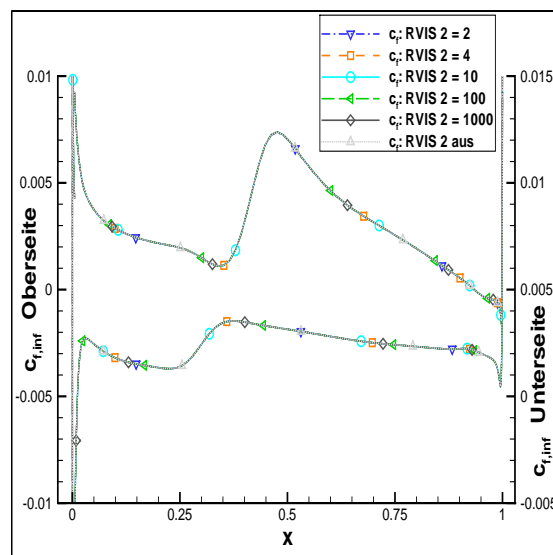
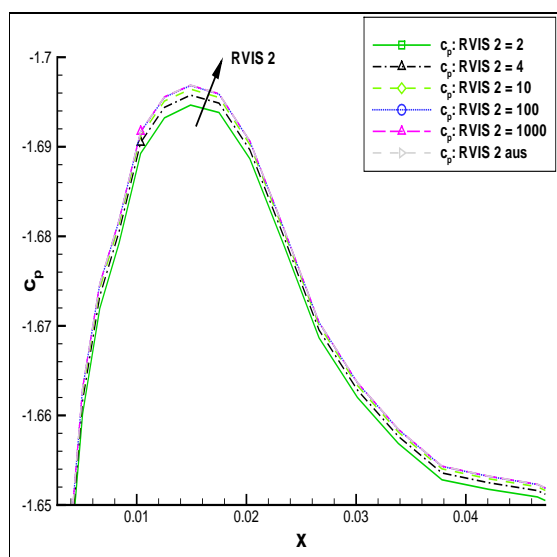
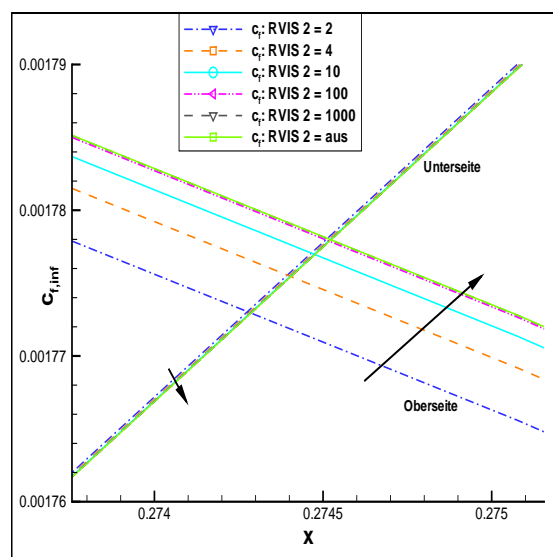
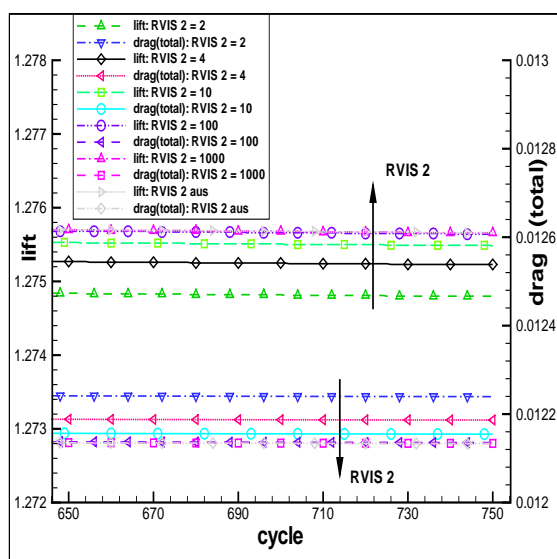
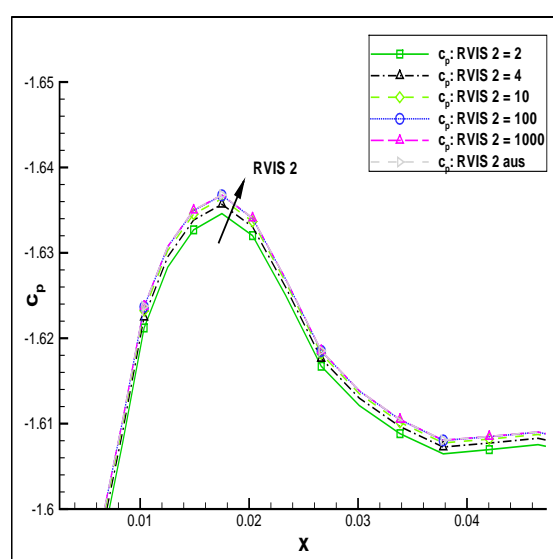
Abb. 59:  $c_p$ , Baldwin-Lomax und Spalart-Allmaras, EPSXYZ = 0,2Abb. 60:  $c_f$ , Baldwin-Lomax und Spalart-Allmaras, EPSXYZ = 0,2Abb. 61:  $\rho$ -Residuen, BL und SA, EPSXYZ = 0,2, EPSLOCM = 3,0Abb. 62:  $c_a$  und  $c_w$ , BL und SA, EPSXYZ = 0,2, EPSLOCM = 3,0Abb. 63:  $c_p$ , Spalart-Allmaras, mit Transition, EPSXYZ = 0,2, EPSLOCM = 3,0Abb. 64:  $c_f$ , Spalart-Allmaras, mit Transition, EPSXYZ = 0,2, EPSLOCM = 3,0

Abb. 65:  $c_p$ , Baldwin-LomaxAbb. 66:  $c_f$ , Baldwin-LomaxAbb. 67:  $c_p$ , Spalart-AllmarasAbb. 68:  $c_f$ , Spalart-AllmarasAbb. 69:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, EPSLOCM = 1,0Abb. 70:  $c_f$ , Baldwin-Lomax, EPSLOCM = 1,0

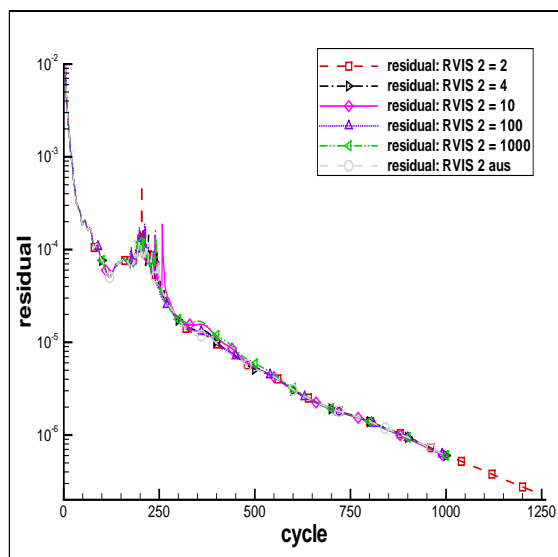
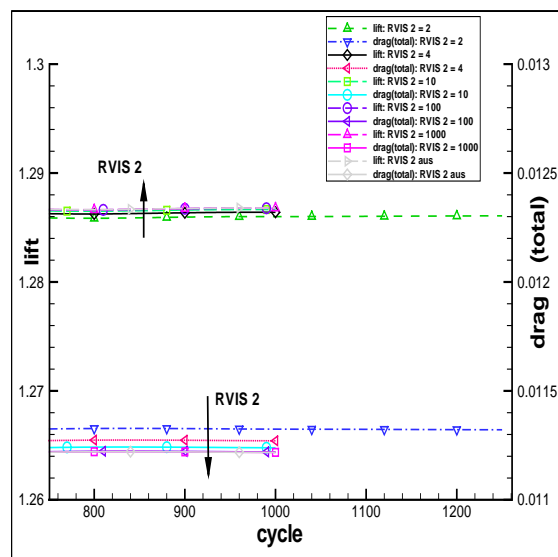
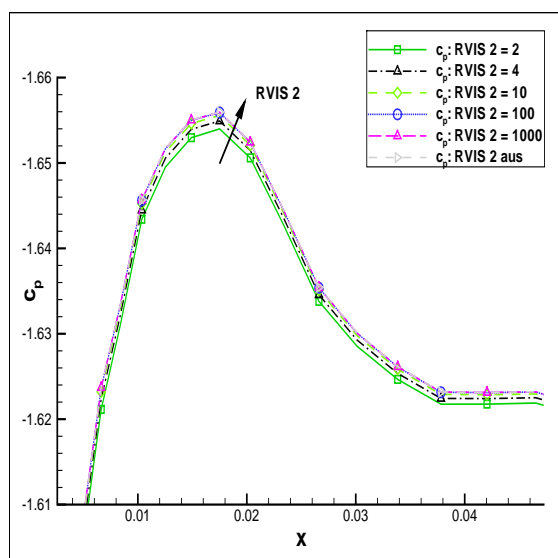
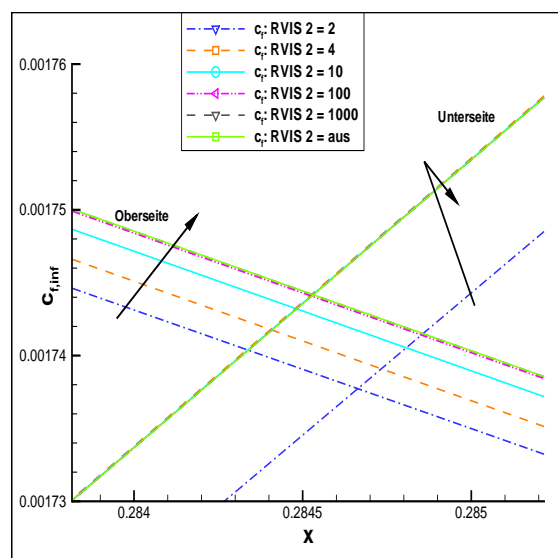
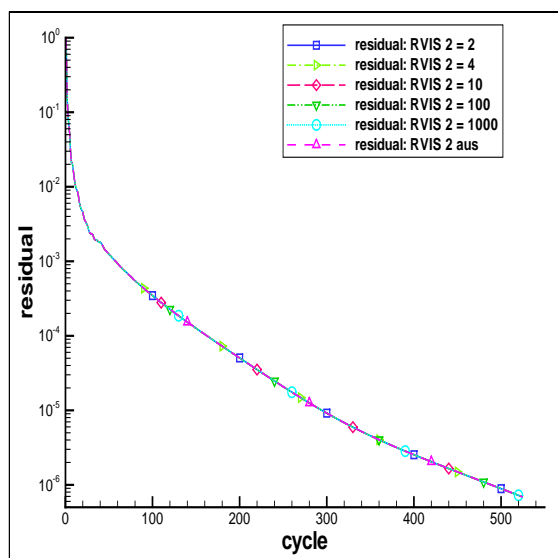
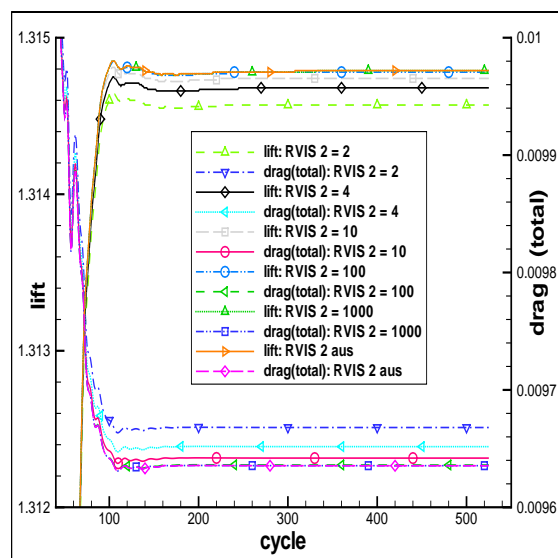
Abb. 71:  $c_p$ , Spalart-Allmaras, EPSLOCM = 1,0Abb. 72:  $c_f$ , Spalart-Allmaras, EPSLOCM = 1,0Abb. 73:  $c_f$ , Spalart-Allmaras, EPSLOCM = 1,0

Abb. 74:  $\rho$ -Residuen, alle Modelle, EPSXYZ = 0,0Abb. 75:  $\rho$ -Residuen, BL und SA, EPSXYZ = 0,0, EPSLOCM = 1,0Abb. 76:  $\rho$ -Residuen, alle Modelle, EPSXYZ = 0,2Abb. 77:  $c_a$  und  $c_w$ , alle Modelle, EPSXYZ = 0,2Abb. 78:  $\rho$ -Residuen, BL und SA, EPSXYZ = 0,2, EPSLOCM = 1,0Abb. 79:  $c_a$  und  $c_w$ , BL und SA, EPSXYZ = 0,2, EPSLOCM = 1,0

Abb. 80:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 2 1. StufeAbb. 81:  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 2 1. StufeAbb. 82:  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 2 1. Stufe, ZoomAbb. 83:  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, alle Variationen von RVIS 2, Zoom,Abb. 84:  $c_a$ -Werte, Baldwin-Lomax, Zoom, RVIS 2 alle VariationenAbb. 85:  $c_w$ -Werte, Baldwin-Lomax, Zoom, RVIS 2 alle Variationen

Abb. 86:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle VariationenAbb. 87:  $c_f$ , Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle VariationenAbb. 88:  $c_p$  Saugspitze, Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle VariationenAbb. 89:  $c_f$ -Transitionsbereich, Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle VariationenAbb. 90:  $c_a$  und  $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 2 alle Variationen, ZoomAbb. 91:  $c_p$  Saugspitze, Spalart-Allmaras, RVIS 2 alle Variationen



Abb. 92:  $\rho$ -Residuen, Wilcox k- $\omega$ , RVIS 2 alle VariationenAbb. 93:  $c_a$  und  $c_w$ , Wilcox k- $\omega$ , RVIS 2 alle Variationen, ZoomAbb. 94:  $c_p$  Saugspitze, Wilcox k- $\omega$ , RVIS 2 alle VariationenAbb. 95:  $c_r$ -Transitionsbereich, Wilcox k- $\omega$ , RVIS 2 alle VariationenAbb. 96:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0Abb. 97:  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0

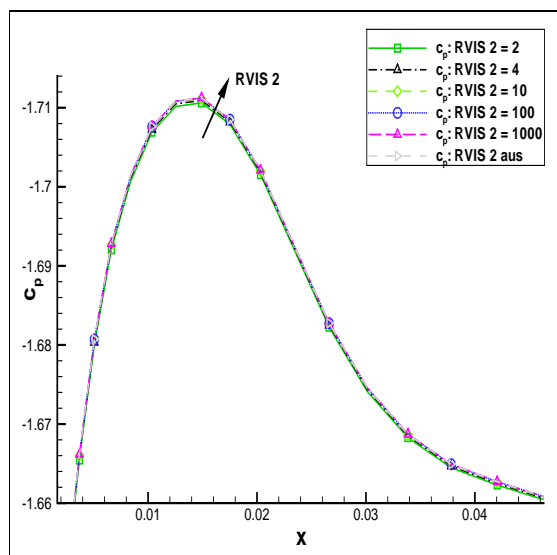


Abb. 98:  $c_p$  Saugspitze, Baldwin-Lomax, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0

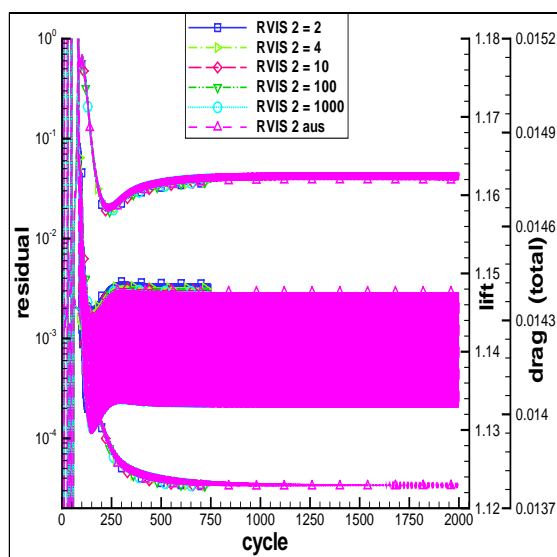


Abb. 99: Spalart-Allmaras, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0

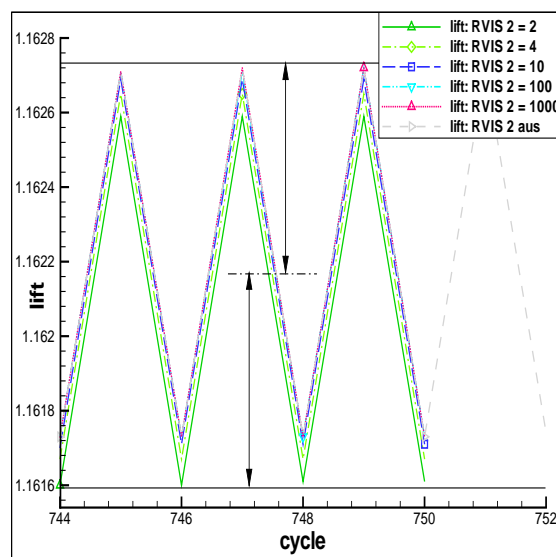


Abb. 100:  $c_a$ , Spalart-Allmaras, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0, Zoom

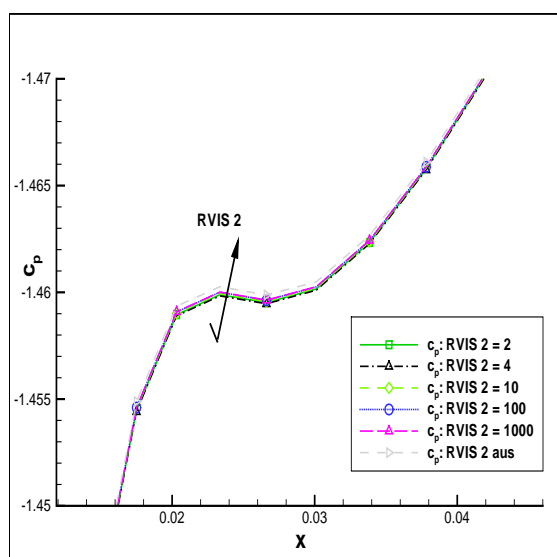


Abb. 101:  $c_p$  Saugspitze, Spalart-Allmaras, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0

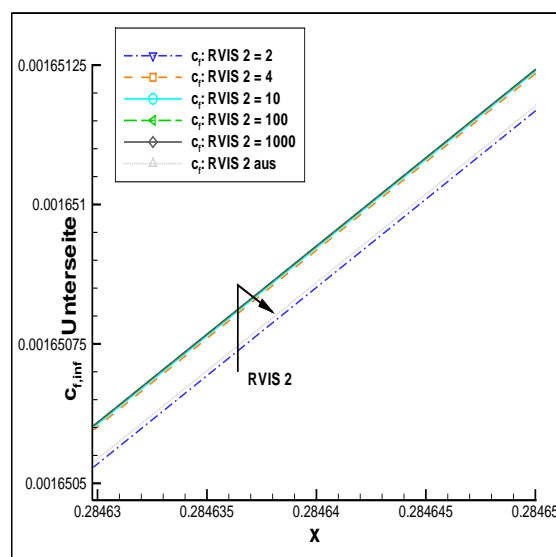
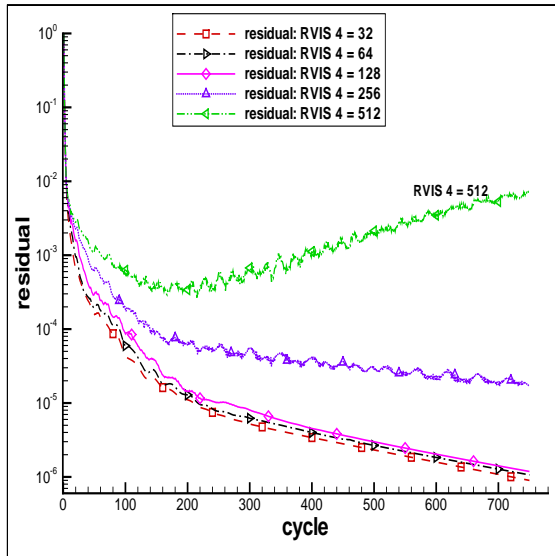
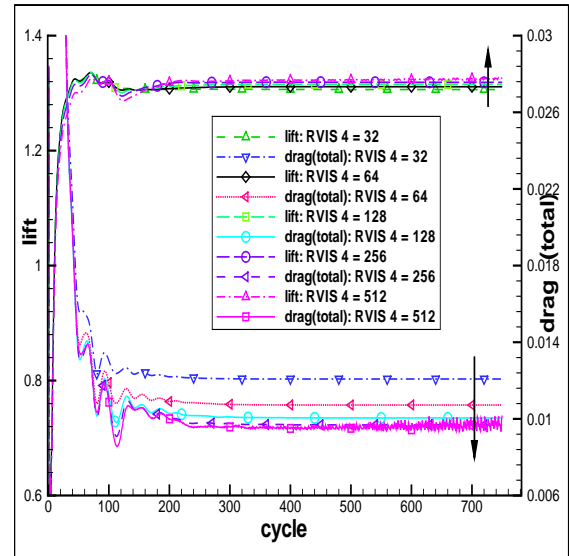
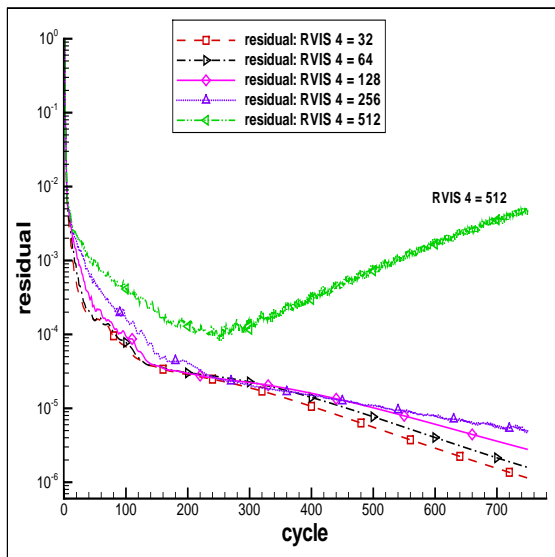
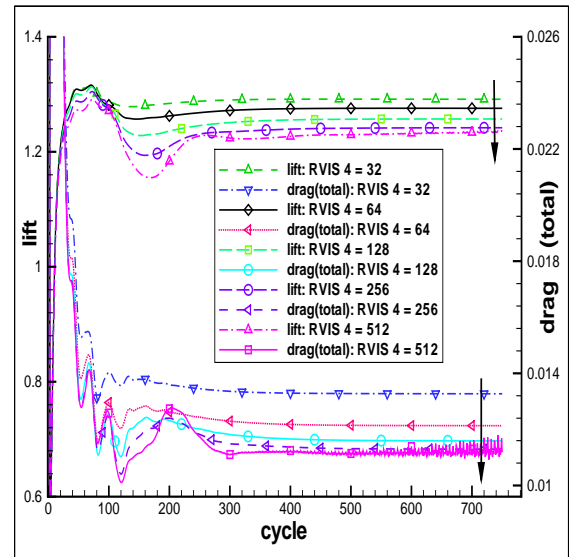
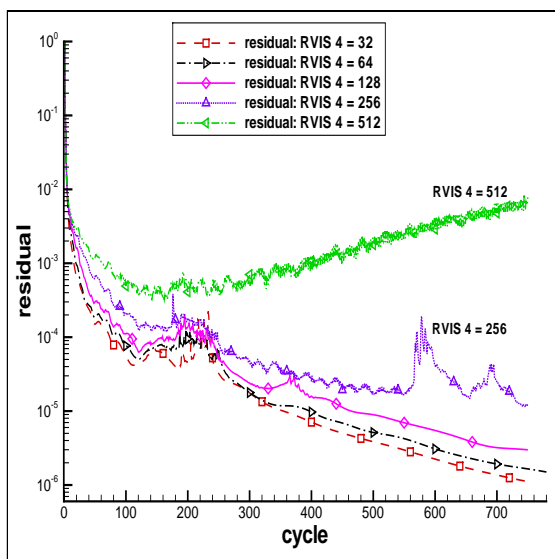
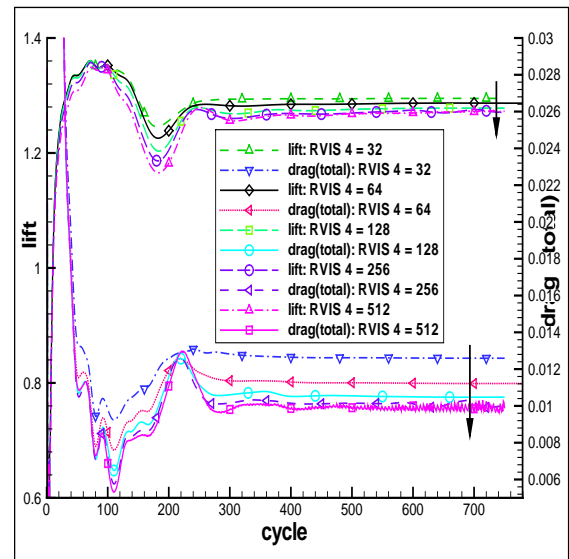
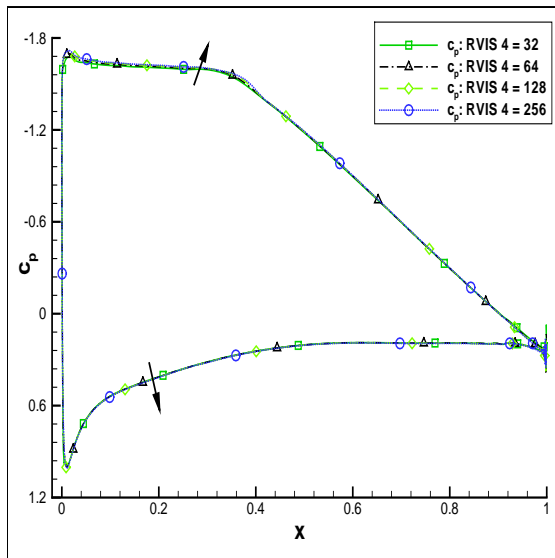
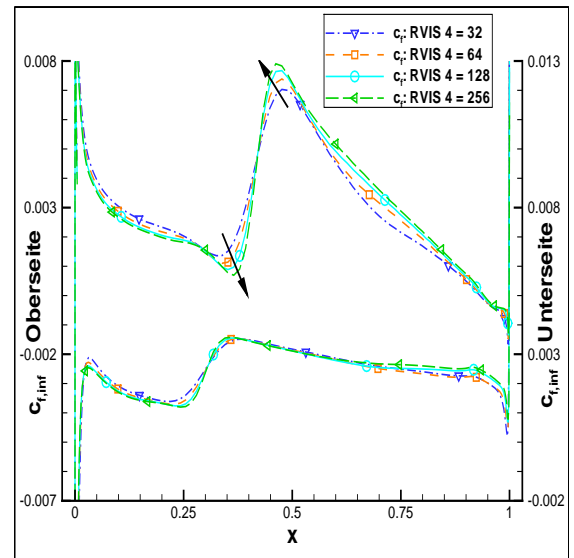
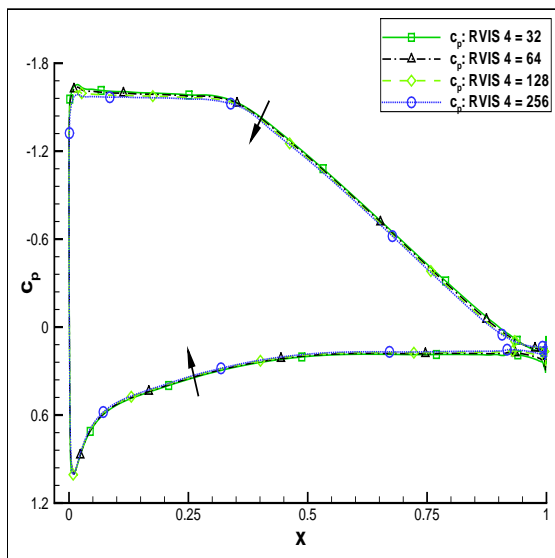
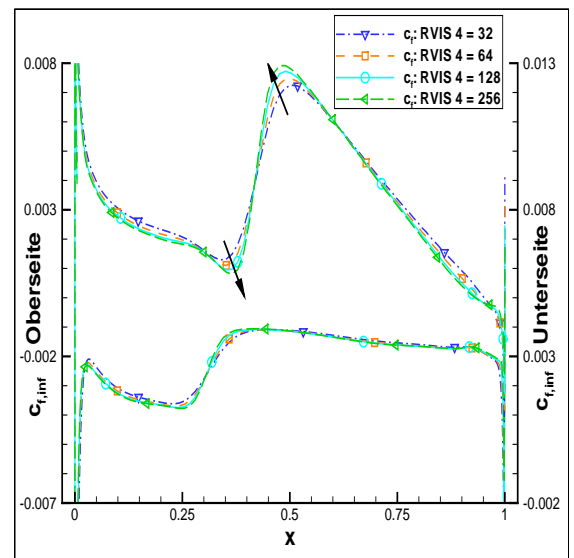
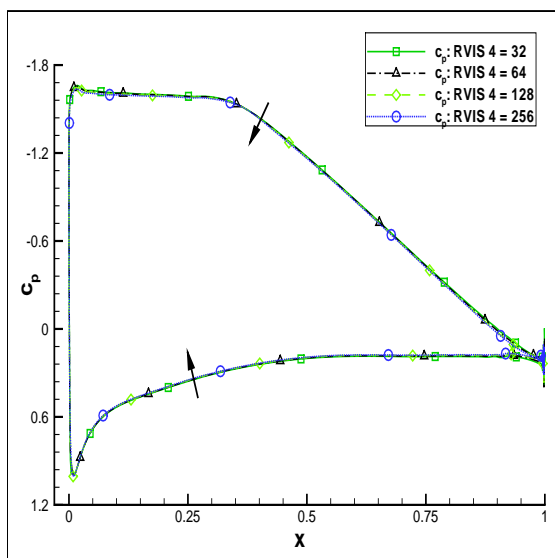
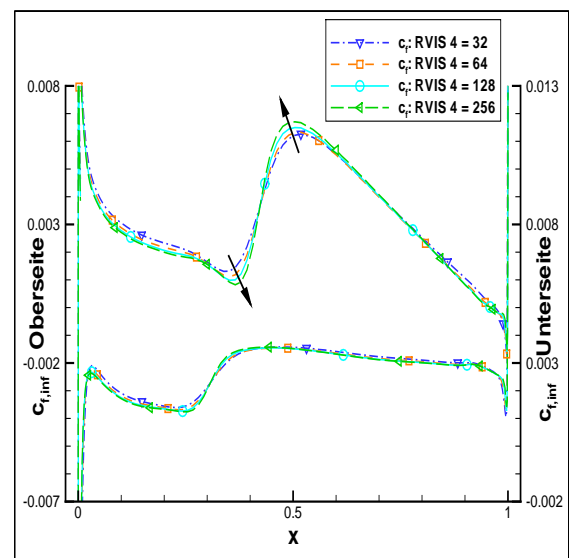
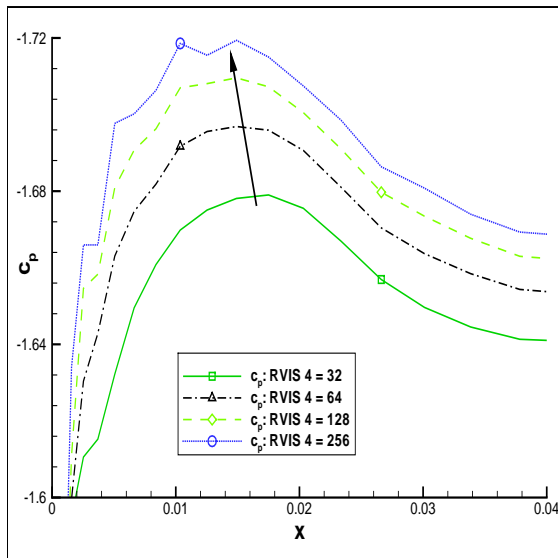
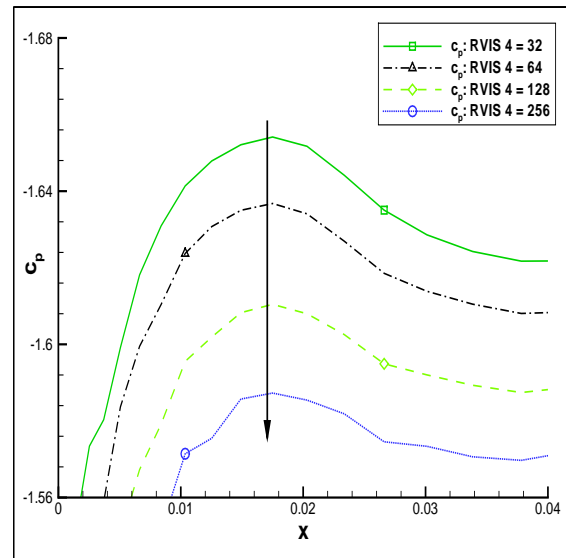
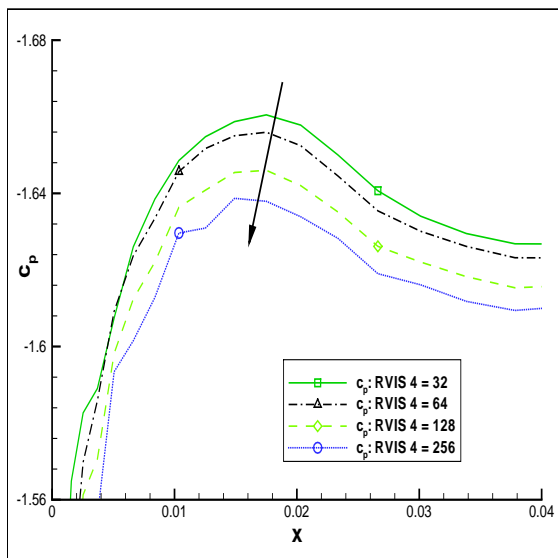
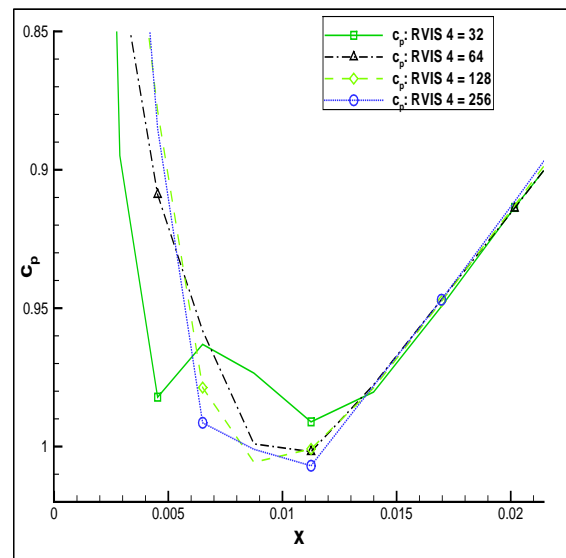
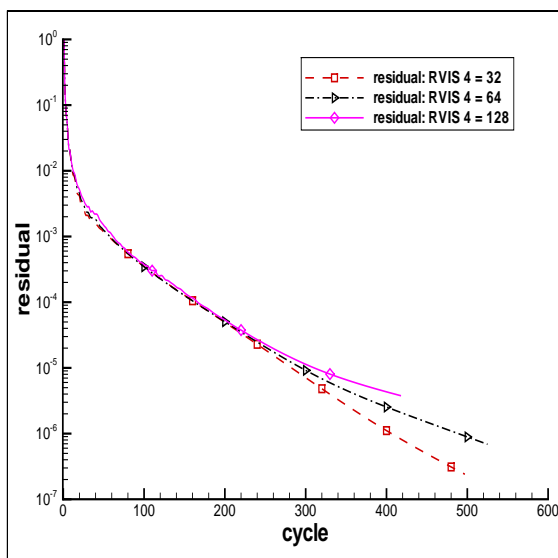
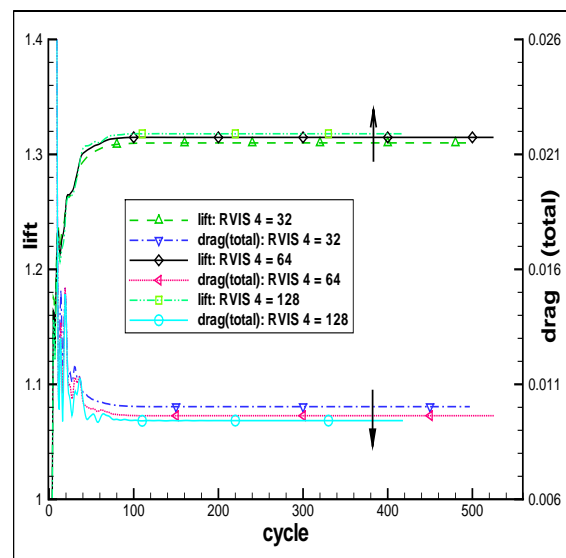
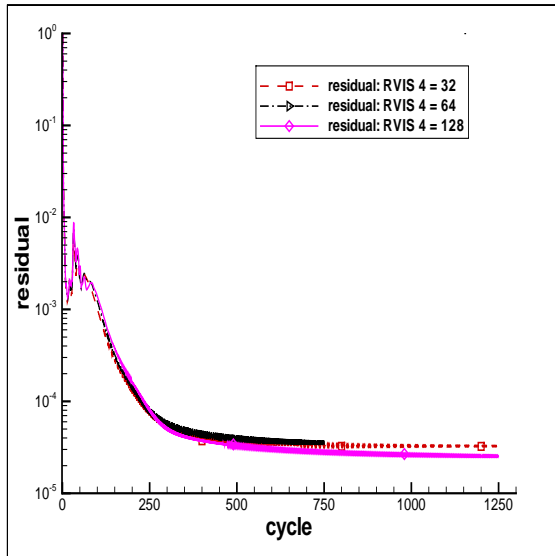
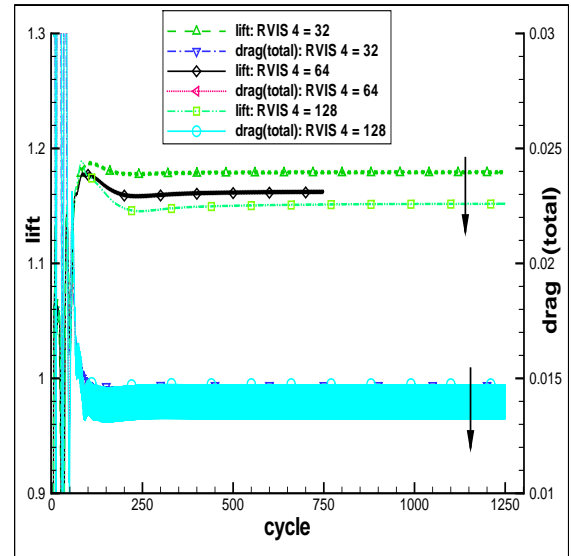
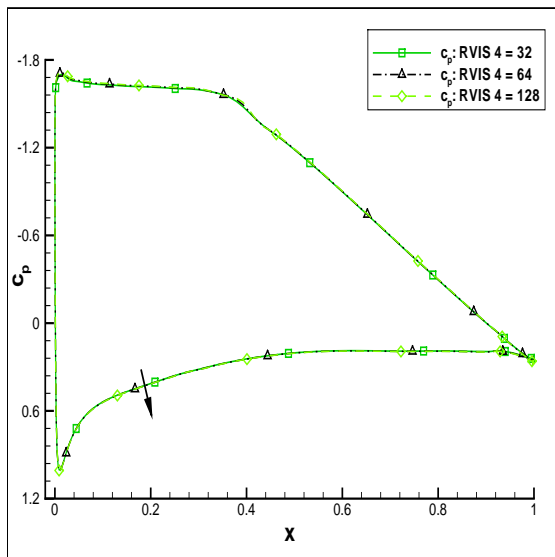
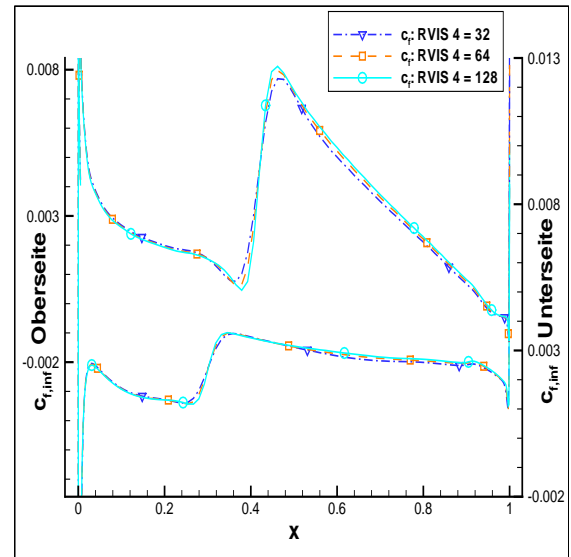
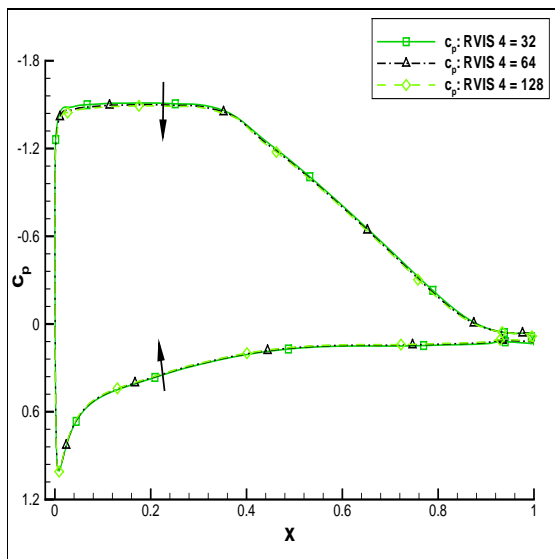
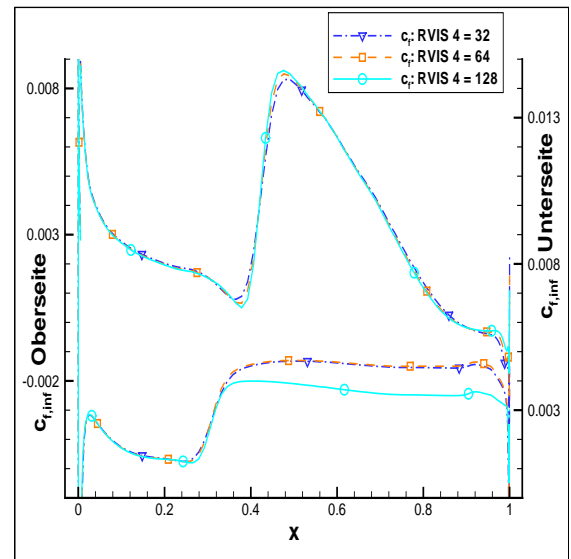


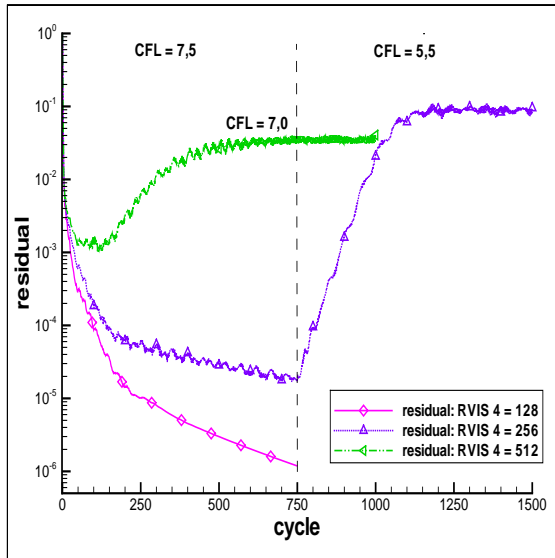
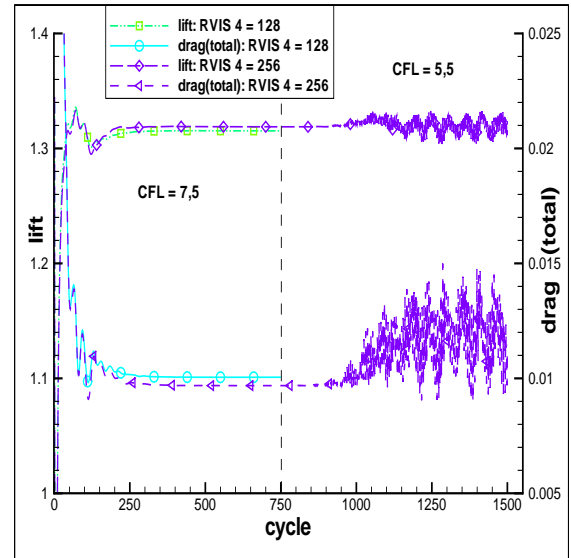
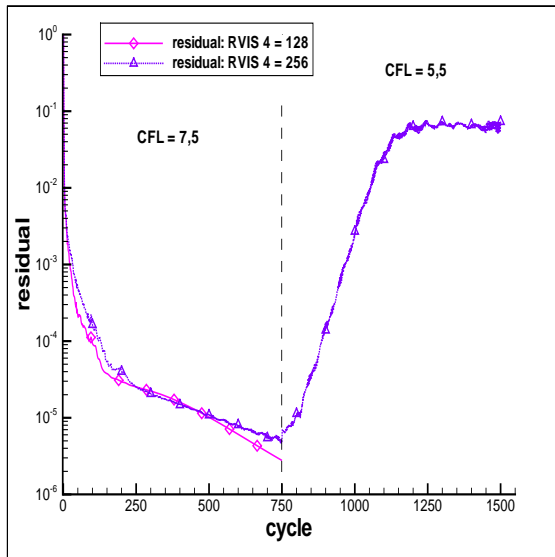
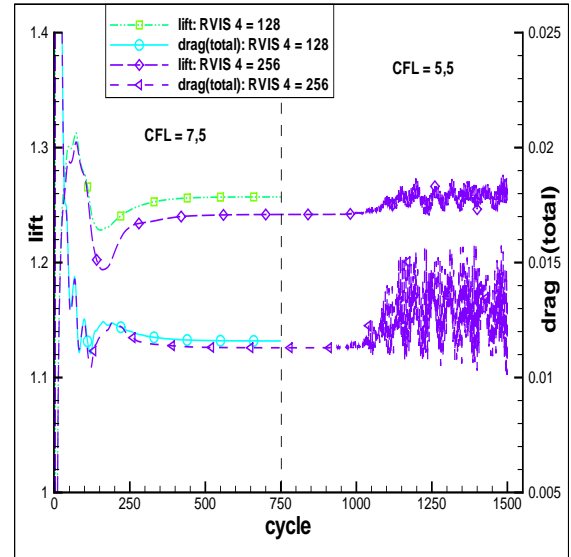
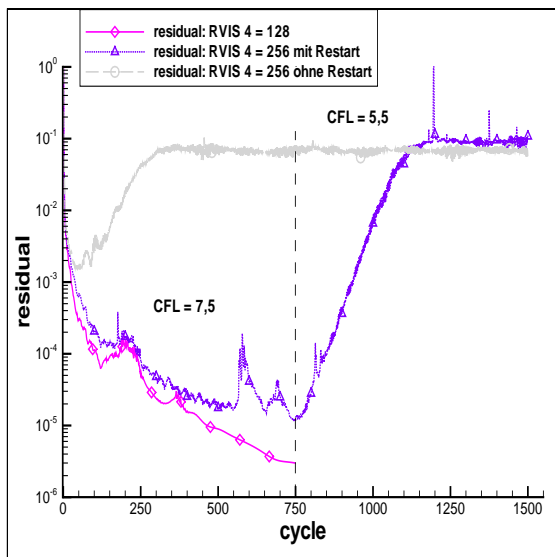
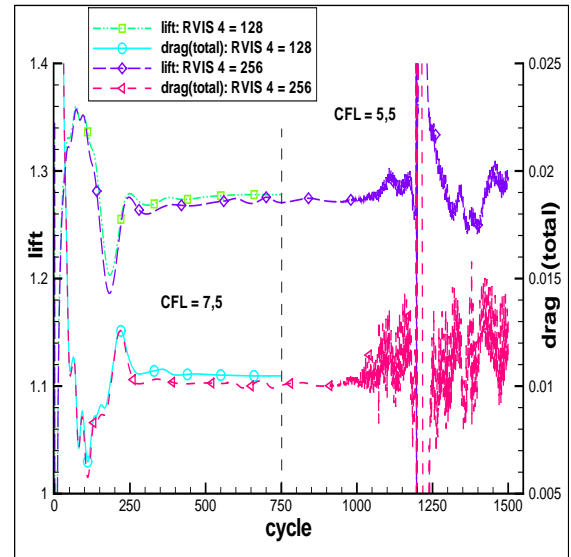
Abb. 102:  $c_f$ -Transitionsbereich, Spalart-Allmaras, RVIS 2 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0, Zoom

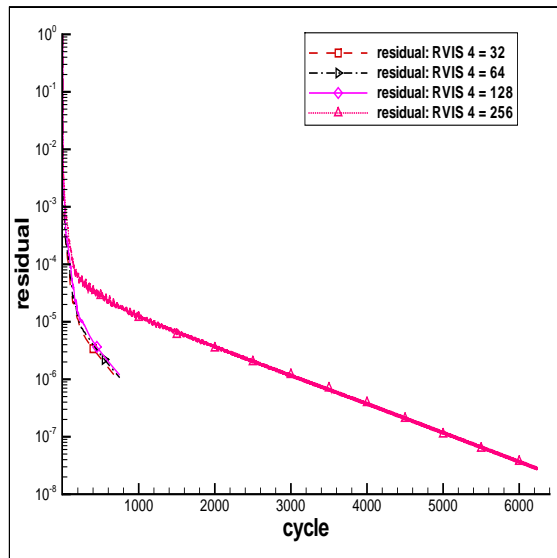
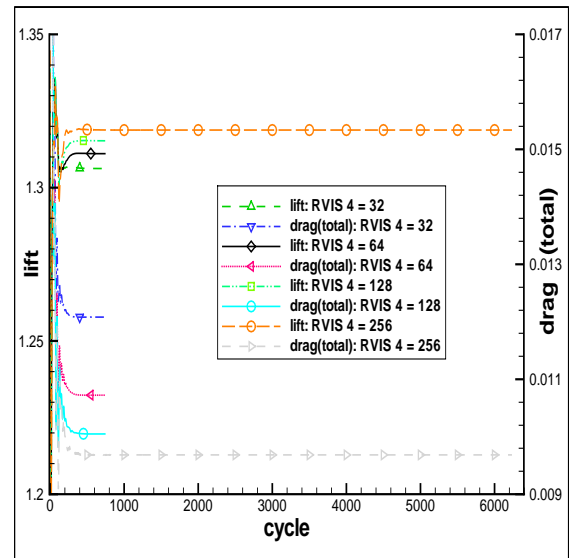
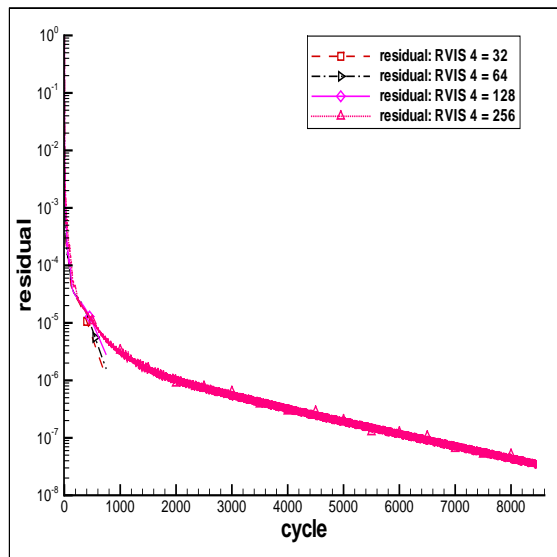
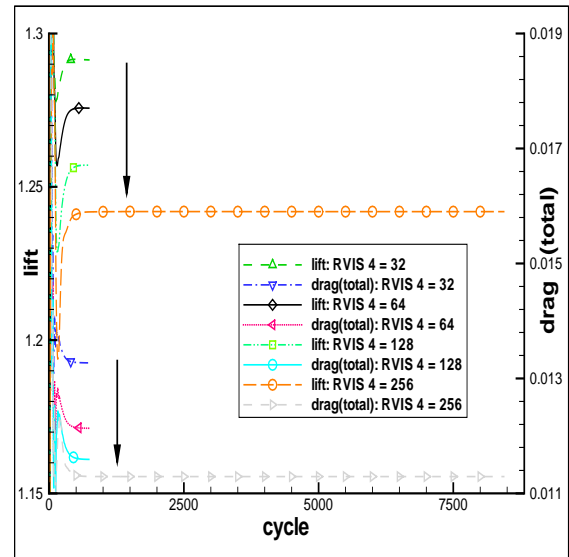
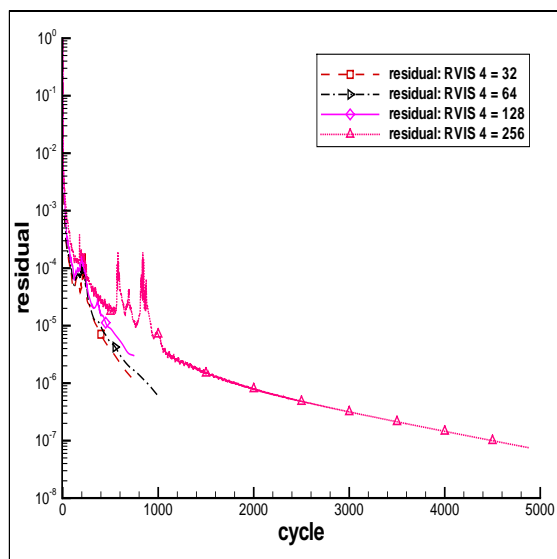
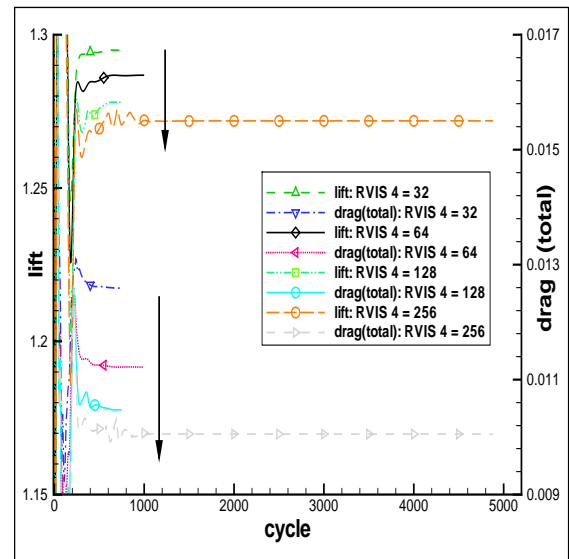
Abb. 103:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4Abb. 104:  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4Abb. 105:  $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4Abb. 106:  $c_a$  und  $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4Abb. 107:  $\rho$ -Residuen, Wilcox  $k-\omega$ , RVIS 4Abb. 108:  $c_a$  und  $c_w$ , Wilcox  $k-\omega$ , RVIS 4

Abb. 109:  $c_p$ , Baldwin-LomaxAbb. 110:  $c_E$ , Baldwin-LomaxAbb. 111:  $c_p$ , Spalart-AllmarasAbb. 112:  $c_E$ , Spalart-AllmarasAbb. 113:  $c_p$ , Wilcox  $k-\omega$ Abb. 114:  $c_E$ , Wilcox  $k-\omega$

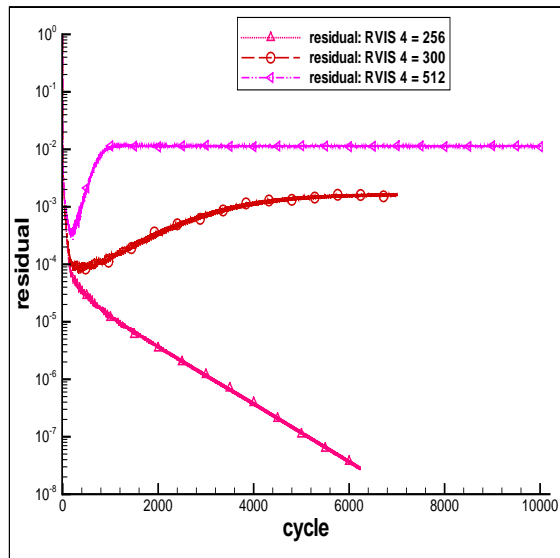
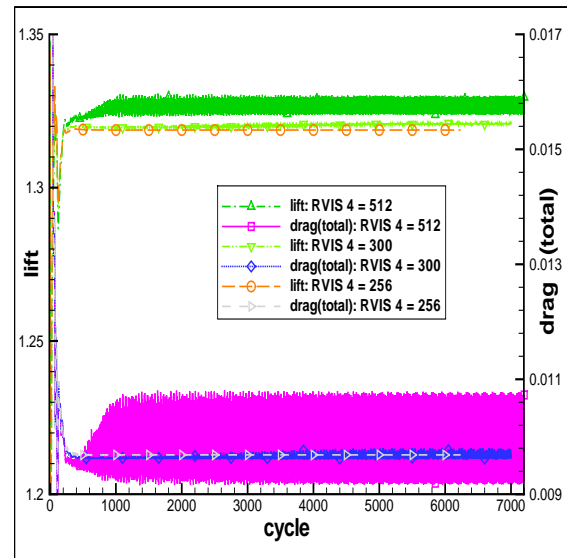
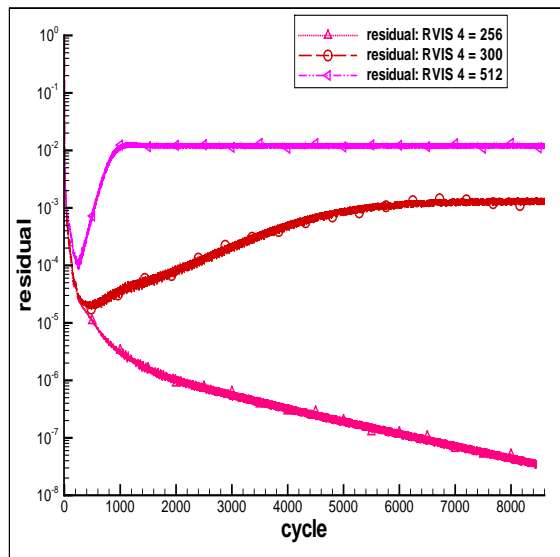
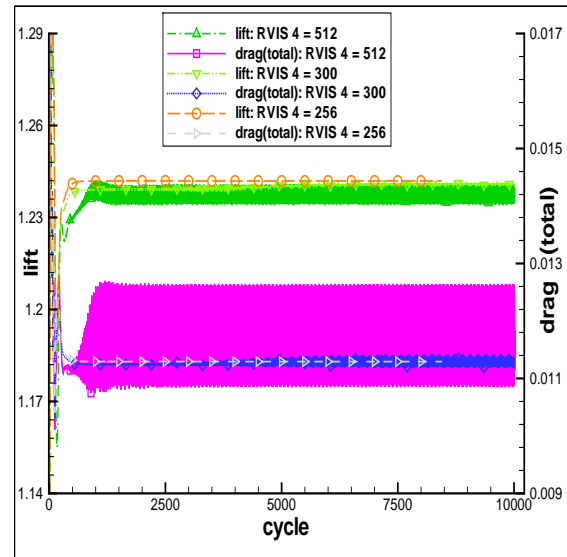
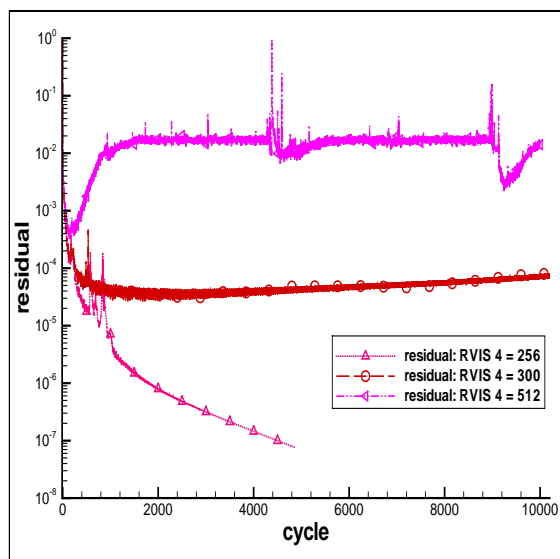
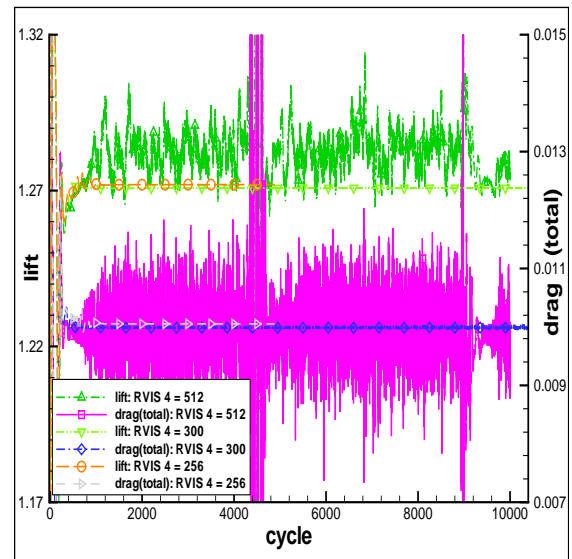
Abb. 115:  $c_p$  Saugspitze, Baldwin-LomaxAbb. 116:  $c_p$  Saugspitze, Spalart-AllmarasAbb. 117:  $c_p$  Saugspitze, Wilcox  $k-\omega$ Abb. 118:  $c_p$  Unterseite, Profilnase, Wilcox  $k-\omega$ Abb. 119:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4,  
EPSLOCM = 1,0Abb. 120:  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4,  
EPSLOCM = 1,0

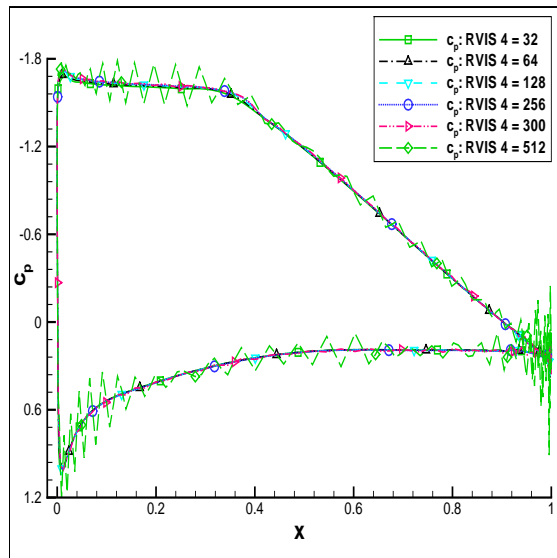
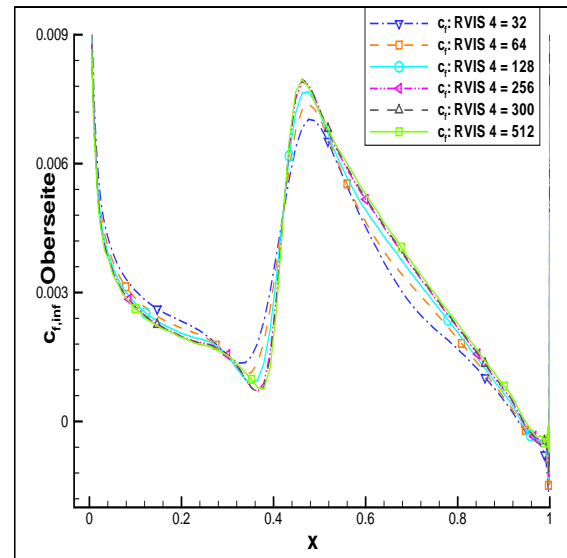
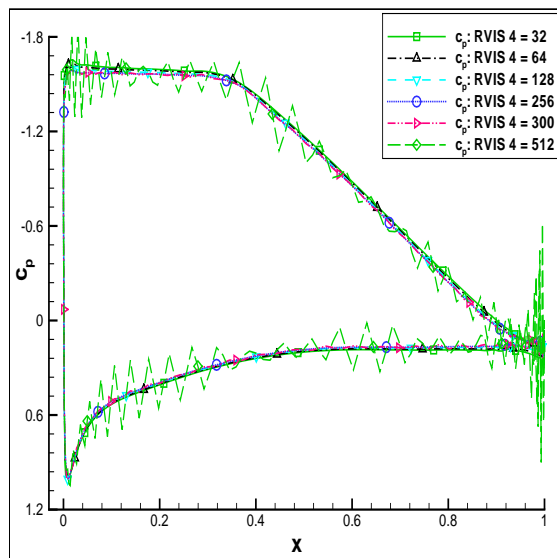
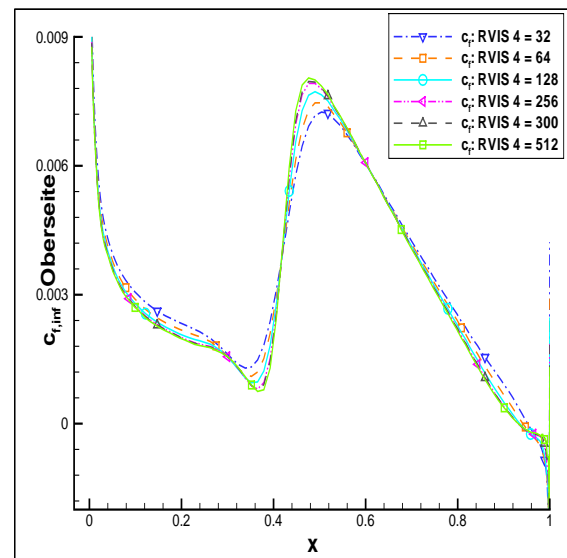
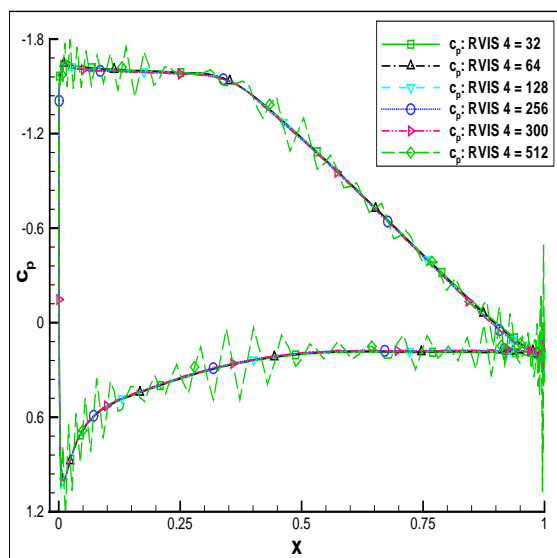
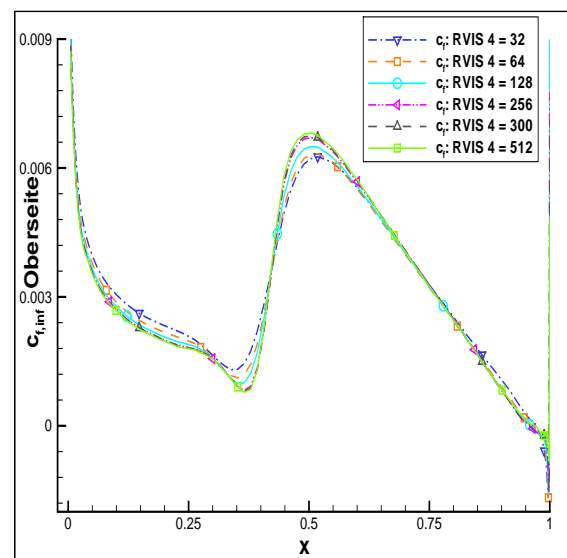
Abb. 121:  $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4, EPSLOCM = 1,0Abb. 122:  $c_a$  und  $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4, EPSLOCM = 1,0Abb. 123:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 1. Stufe, EPSLOCM = 1,0Abb. 124:  $c_t$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 1. Stufe, EPSLOCM = 1,0Abb. 125:  $c_p$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 1. Stufe, EPSLOCM = 1,0Abb. 126:  $c_t$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 1. Stufe, EPSLOCM = 1,0

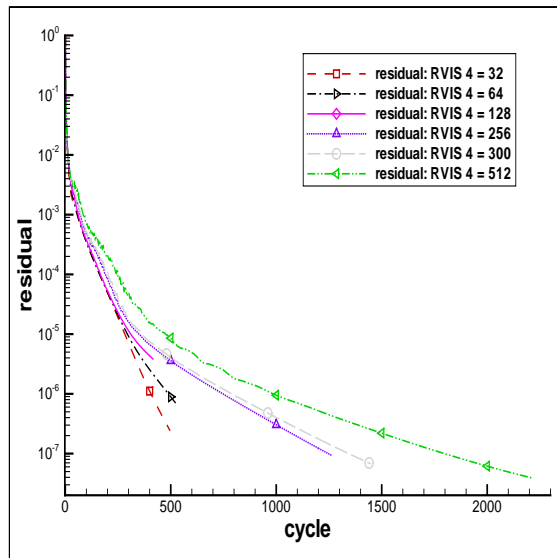
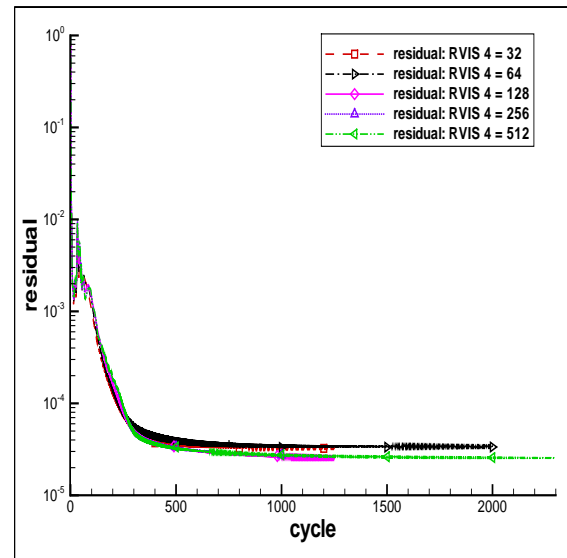
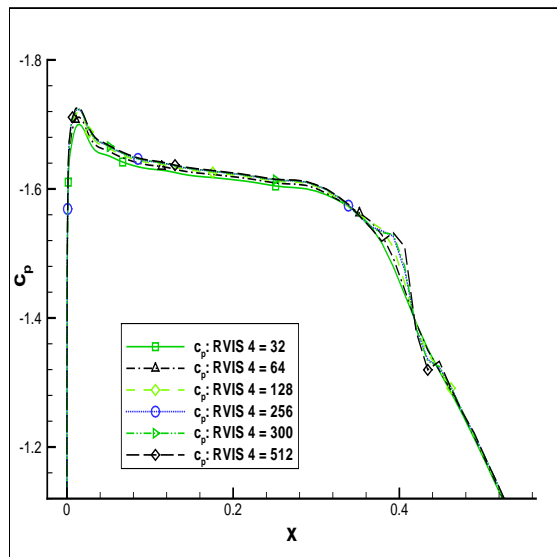
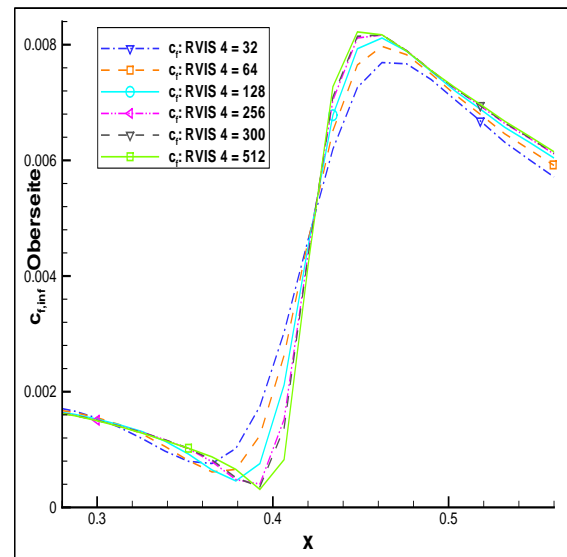
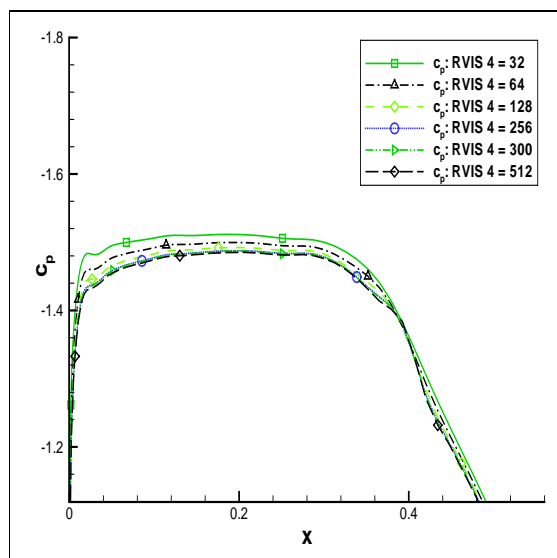
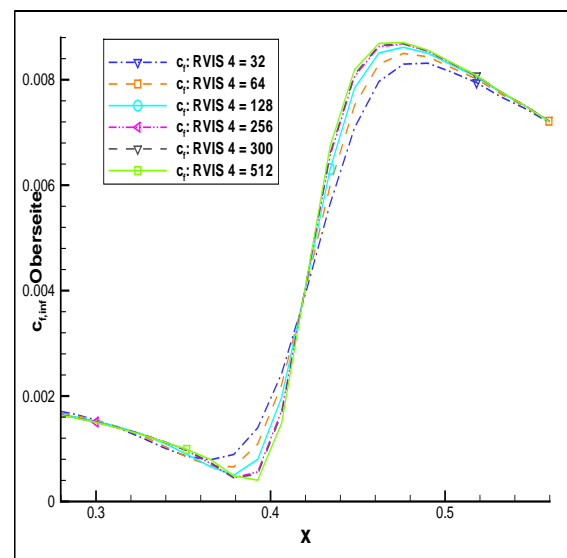
Abb. 127:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4, Restart: CFL reduziertAbb. 128:  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4, Restart: CFL reduziertAbb. 129:  $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4, Restart: CFL reduziertAbb. 130:  $c_a$  und  $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4, Restart: CFL reduziertAbb. 131:  $\rho$ -Residuen, Wilcox  $k-\omega$ , RVIS 4, Restart: CFL reduziertAbb. 132:  $c_a$  und  $c_w$ , Wilcox  $k-\omega$ , RVIS 4, Restart: CFL reduziert

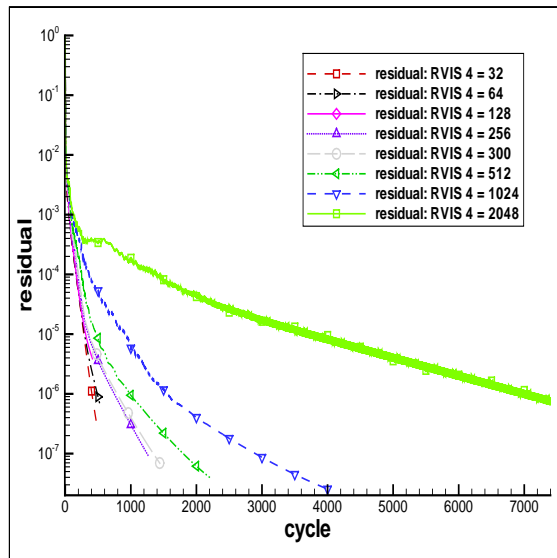
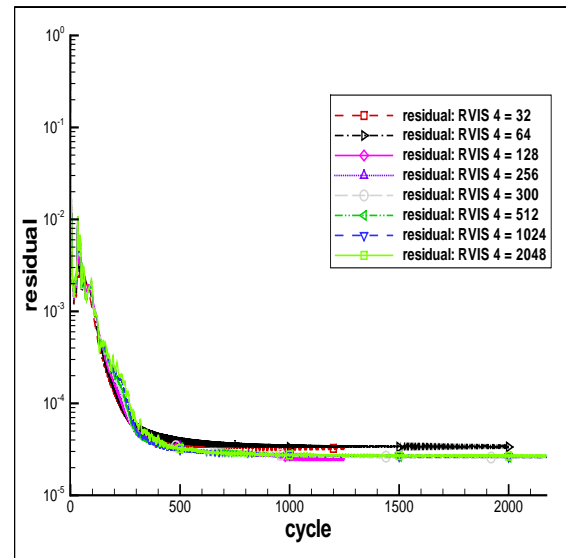
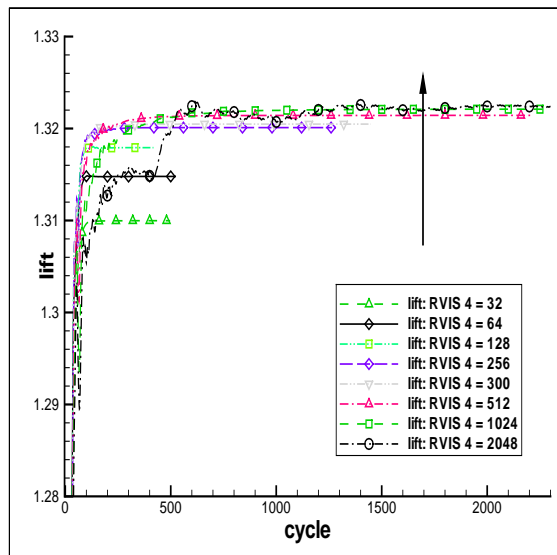
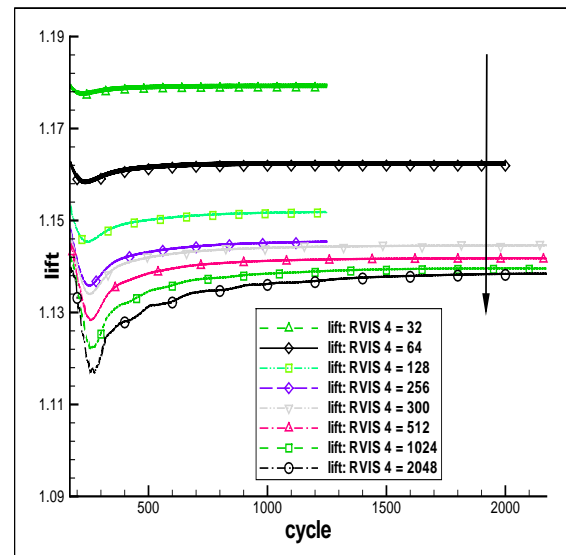
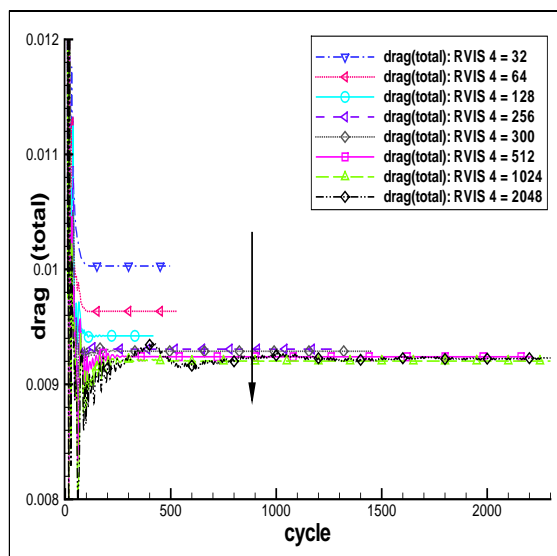
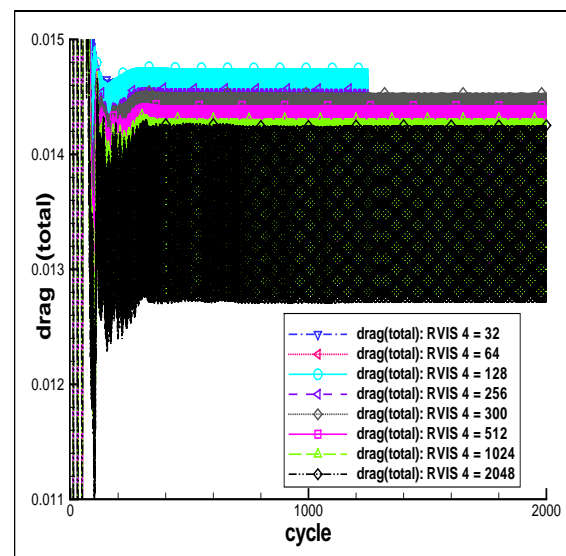
Abb. 133:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4 bis 256 mit Restart single-grid RVIS 4 = 256Abb. 134:  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 bis 256 mit Restart single-grid RVIS 4 = 256Abb. 135:  $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4 bis 256 mit Restart single-grid RVIS 4 = 256Abb. 136:  $c_a$  und  $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 bis 256 mit Restart single-grid RVIS 4 = 256Abb. 137:  $\rho$ -Residuen, Wilcox  $k-\omega$ , RVIS 4 bis 256 mit Restart single-grid RVIS 4 = 256Abb. 138:  $c_a$  und  $c_w$ , Wilcox  $k-\omega$ , RVIS 4 bis 256 mit Restart single-grid RVIS 4 = 256

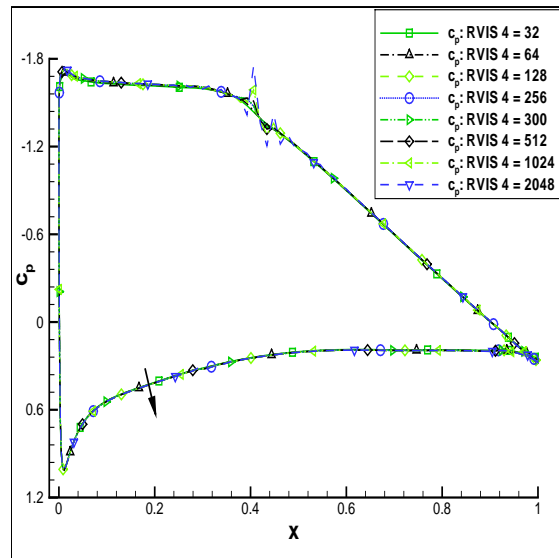
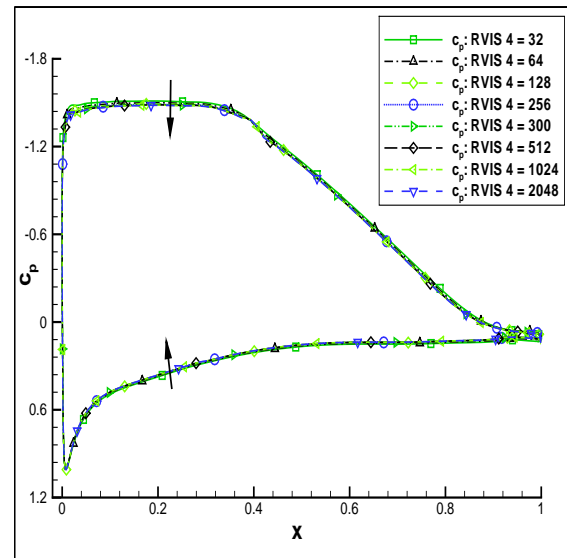
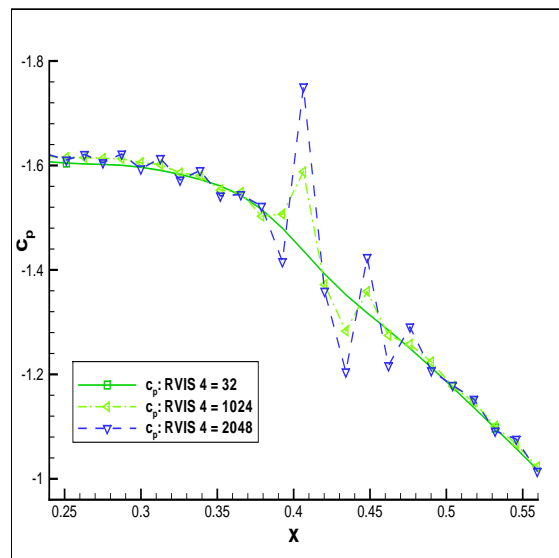
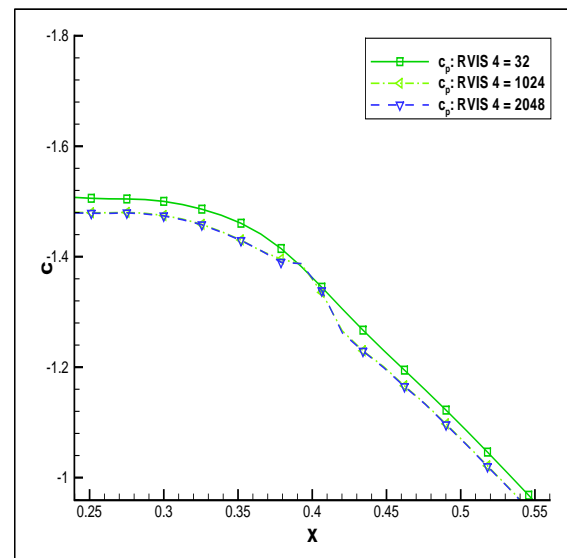
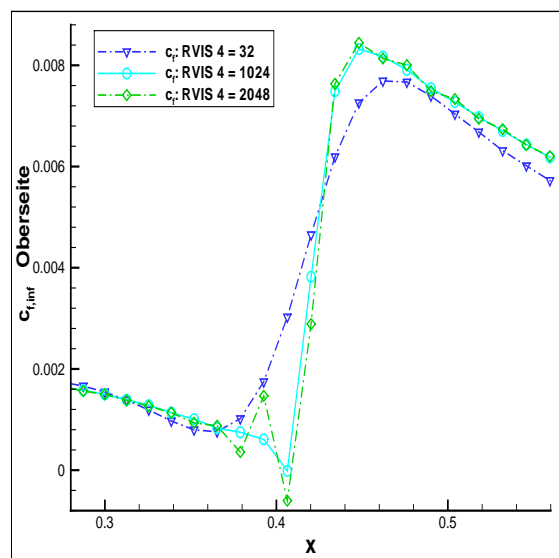
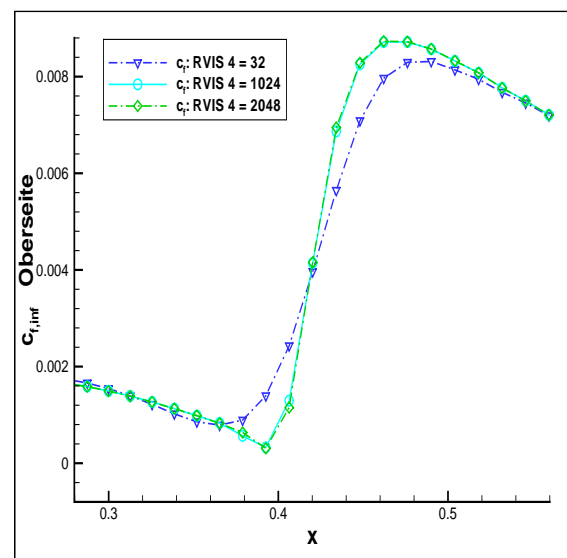


Abb. 139:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4 = 256 bis RVIS 4 = 512, single-gridAbb. 140:  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 = 256 bis RVIS 4 = 512, single-gridAbb. 141:  $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4 = 256 bis RVIS 4 = 512, single-gridAbb. 142:  $c_a$  und  $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 = 256 bis RVIS 4 = 512, single-gridAbb. 143:  $\rho$ -Residuen, Wilcox  $k-\omega$ , RVIS 4 = 256 bis RVIS 4 = 512, single-gridAbb. 144:  $c_a$  und  $c_w$ , Wilcox  $k-\omega$ , RVIS 4 = 256 bis RVIS 4 = 512, single-grid

Abb. 145:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 alle VariationenAbb. 146:  $c_f$  Oberseite, Baldwin-Lomax, RVIS 4 alleAbb. 147:  $c_p$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 alle VariationenAbb. 148:  $c_f$  Oberseite, Spalart-Allmaras, RVIS 4 alle VariationenAbb. 149:  $c_p$ , Wilcox  $k-\omega$ , RVIS 4 alle VariationenAbb. 150:  $c_f$  Oberseite, Wilcox  $k-\omega$ , RVIS 4 alle Variationen

Abb. 151:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4 bis 512, EPSLOCM = 1,0Abb. 152:  $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4 bis 512, EPSLOCM = 1,0Abb. 153:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 bis 512, EPSLOCM = 1,0Abb. 154:  $c_f$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 bis 512, EPSLOCM = 1,0Abb. 155:  $c_p$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 bis 512, EPSLOCM = 1,0Abb. 156:  $c_f$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 bis 512, EPSLOCM = 1,0

Abb. 157:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0Abb. 160:  $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0Abb. 158:  $c_a$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0Abb. 161:  $c_a$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0Abb. 159:  $c_w$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0Abb. 162:  $c_w$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0

Abb. 163:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0Abb. 166:  $c_p$ , Spalart-Allmaras, RVIS 4 alle Variationen, EPSLOCM = 1,0Abb. 164:  $c_p$ -Transitionsbereich, Baldwin-Lomax, alle RVIS 4 Variationen, EPSLOCM = 1,0Abb. 167:  $c_p$ -Transitionsbereich, Spalart-Allmaras, alle RVIS 4 Variationen, EPSLOCM = 1,0Abb. 165:  $c_f$ -Oberseite, Baldwin-Lomax, alle RVIS 4 Variationen, EPSLOCM = 1,0Abb. 168:  $c_f$ -Oberseite, Spalart-Allmaras, alle RVIS 4 Variationen, EPSLOCM = 1,0

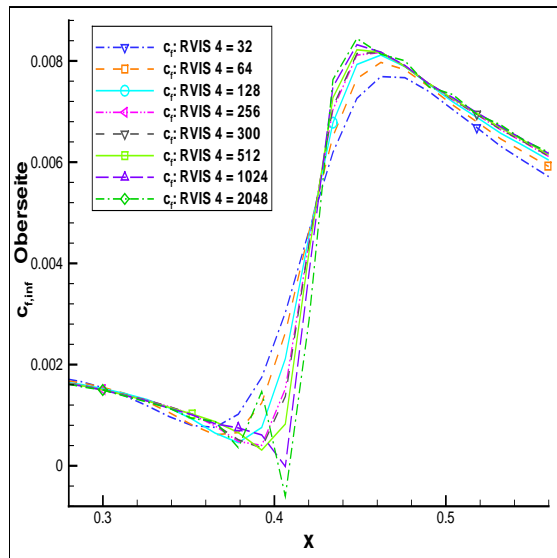


Abb. 169:  $c_f$ -Transitionsbereich, Baldwin-Lomax, alle RVIS 4 Variationen, EPSLOCM = 1,0

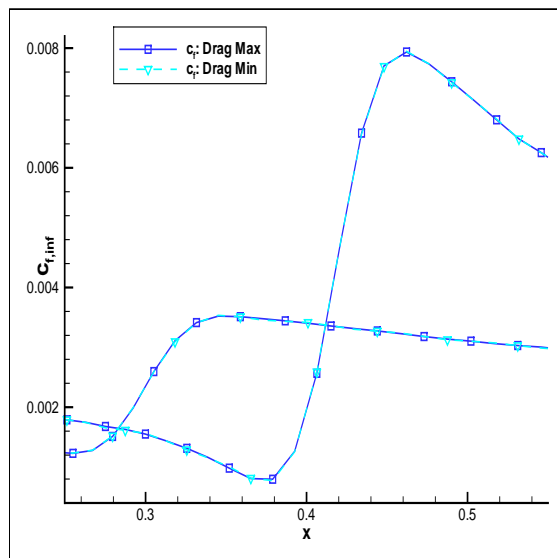


Abb. 170:  $c_f$ -Transitionsbereich, Baldwin-Lomax, RVIS 4 = 512

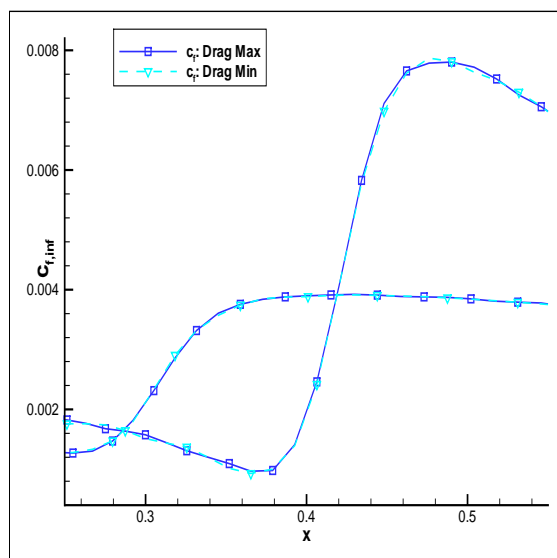


Abb. 171:  $c_f$ -Transitionsbereich, Spalart-Allmaras, RVIS 4 = 512

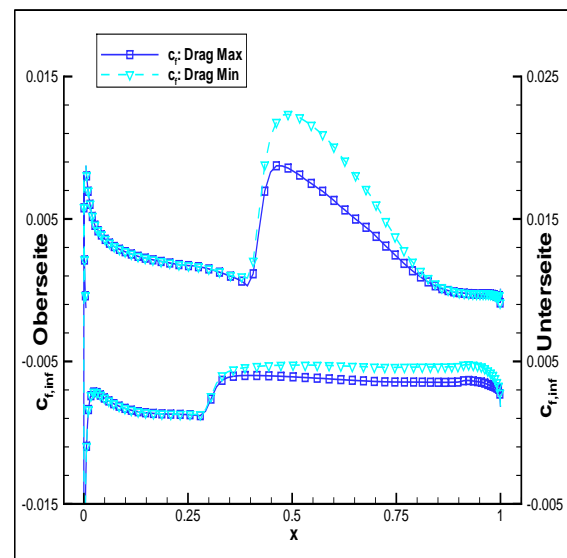
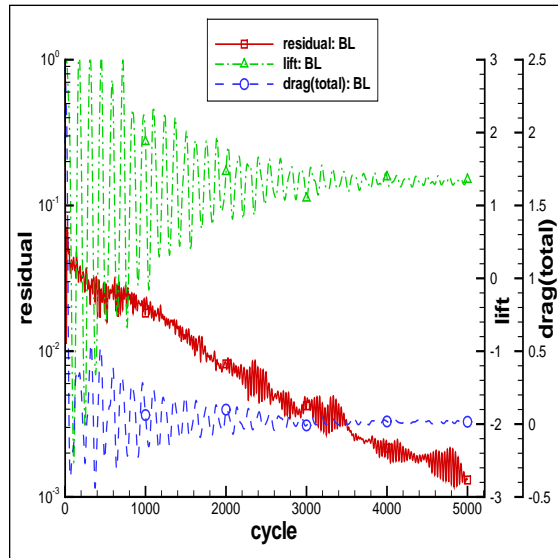
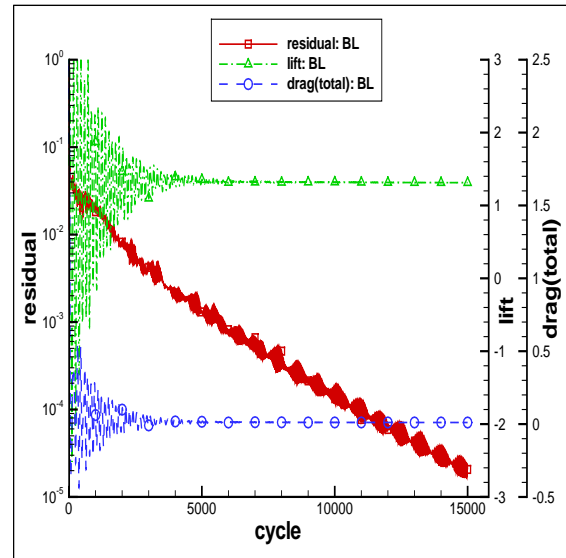
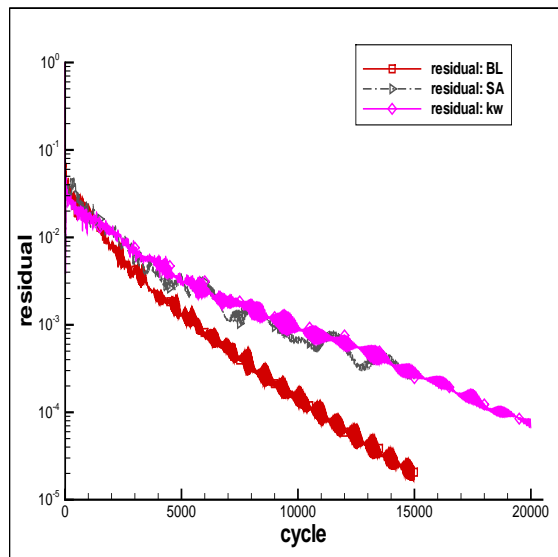
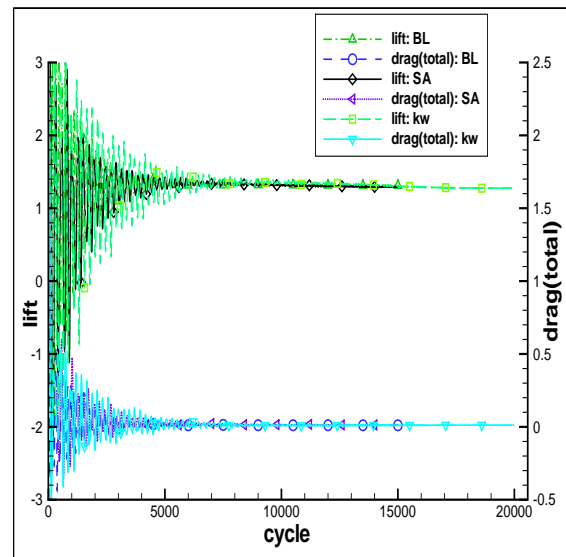
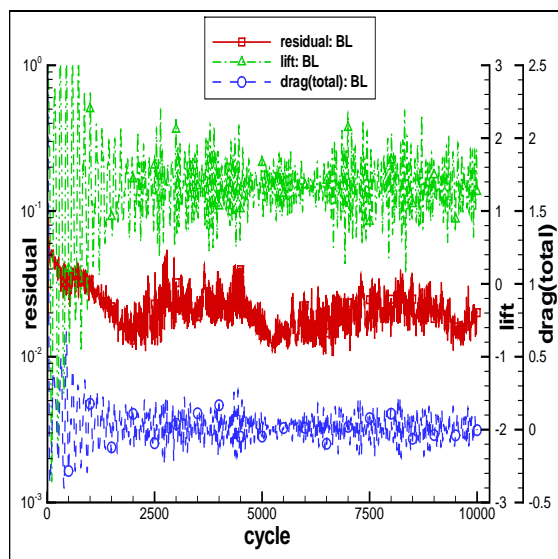
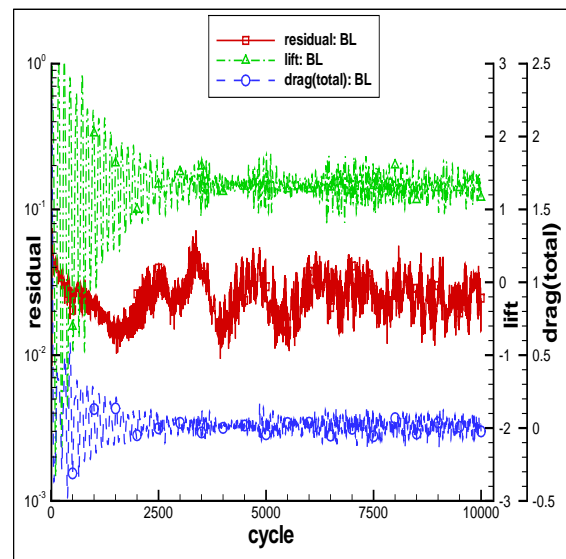
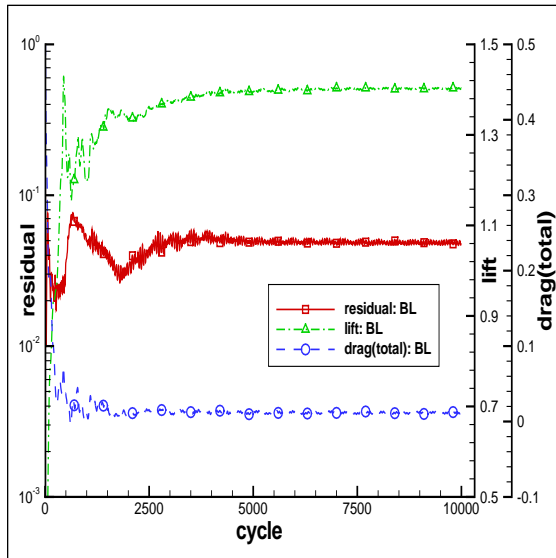
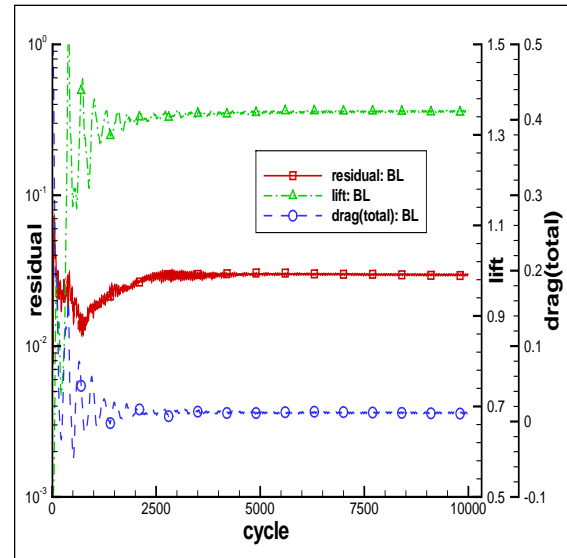
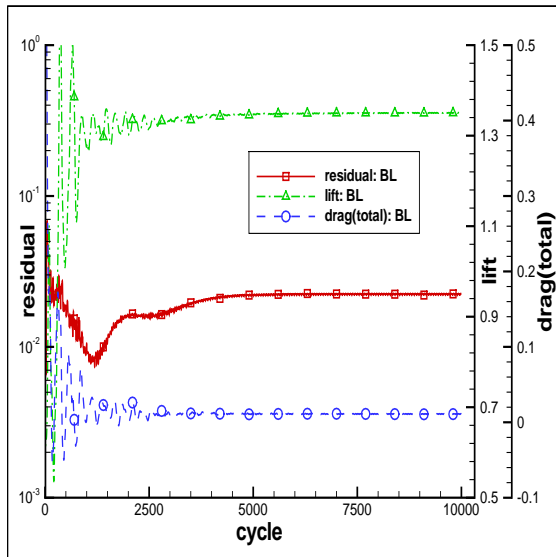
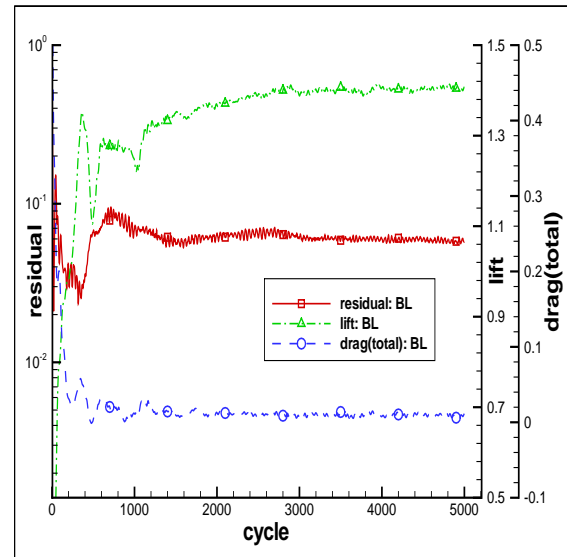
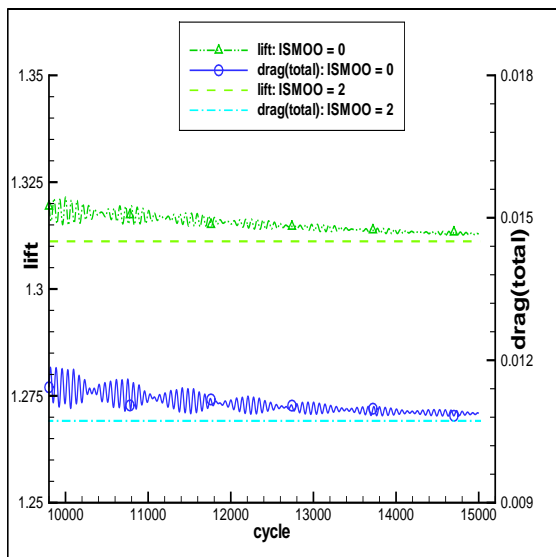
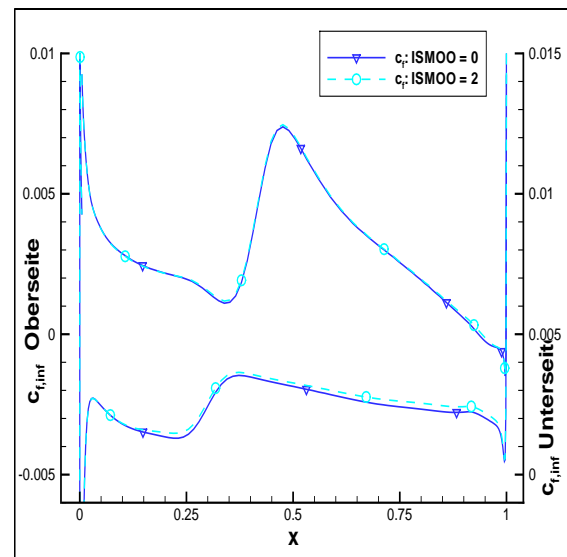
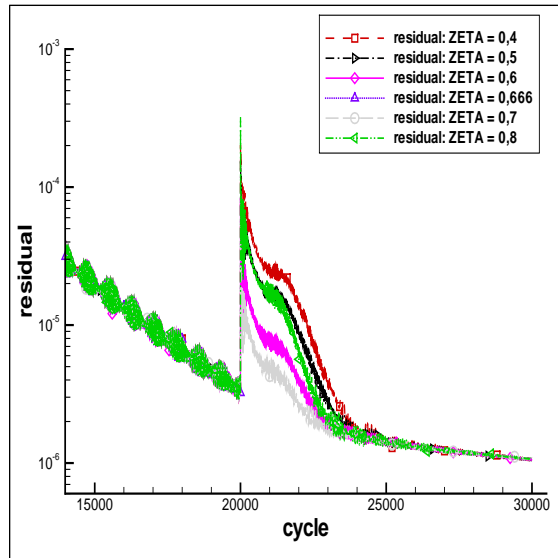
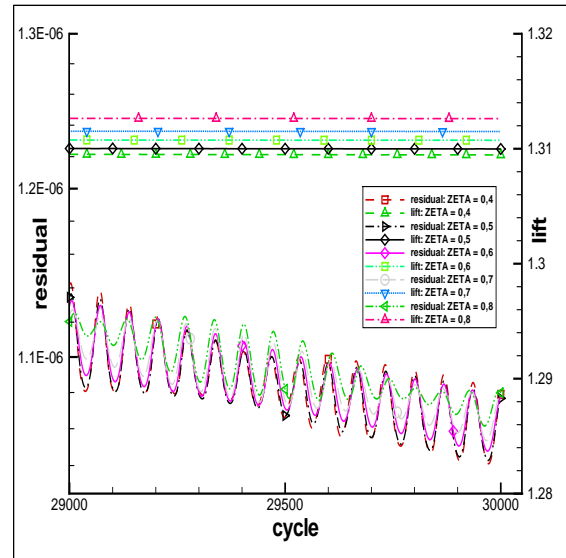
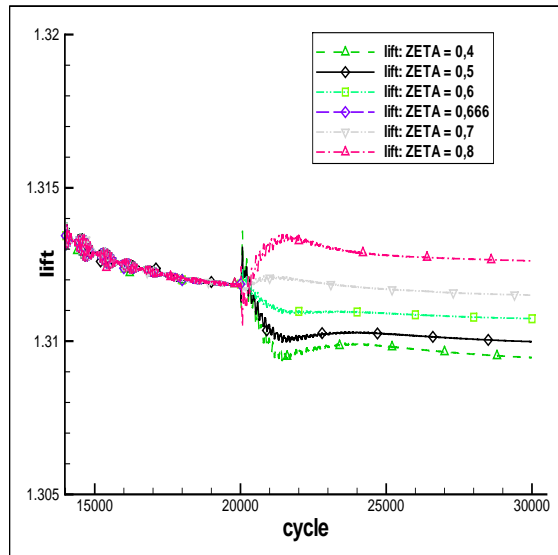
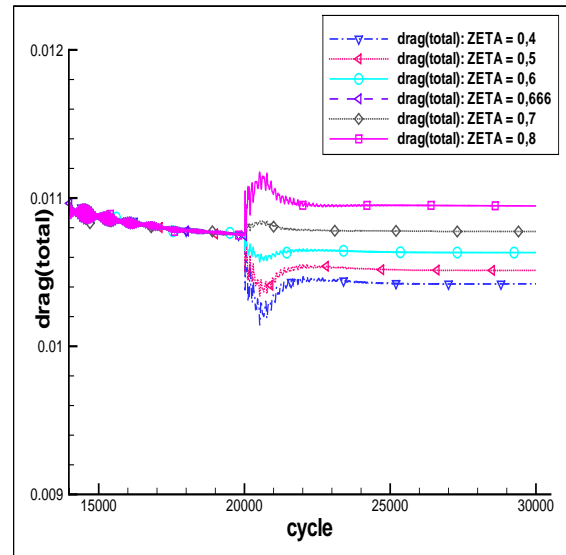
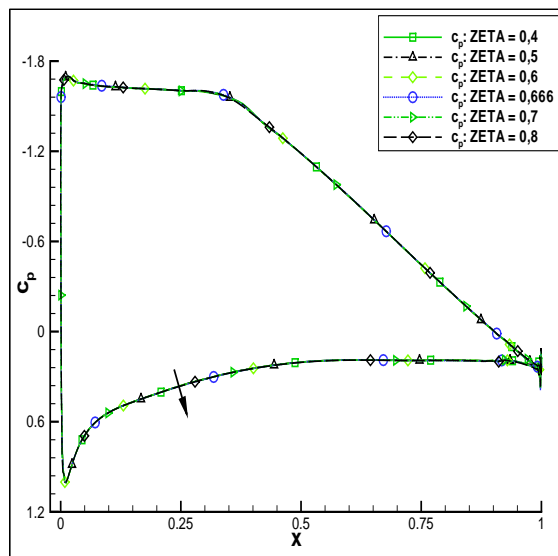
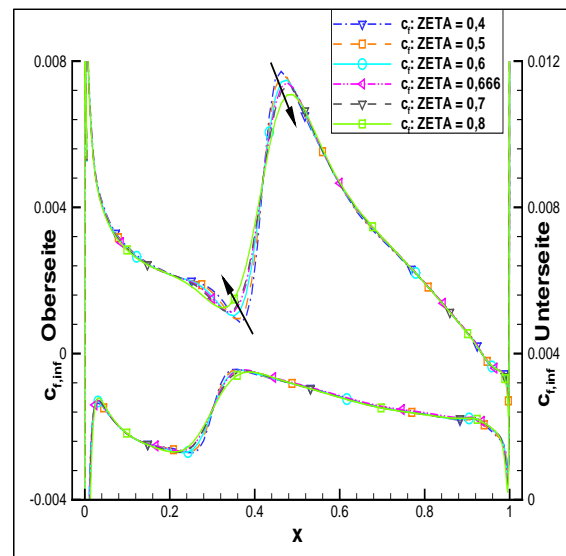


Abb. 172:  $c_f$ -Transitionsbereich, Spalart-Allmaras, EPLOCM = 1,0, RVIS 4 = 2048

Abb. 173:  $\rho$ -Residuen,  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0Abb. 174:  $\rho$ -Residuen,  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0Abb. 175:  $\rho$ -Residuen, alle Modelle, ISMOO = 0Abb. 176:  $c_a$  und  $c_w$ , alle Modelle, ISMOO = 0Abb. 177:  $\rho$ -Residuen,  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 1Abb. 178:  $\rho$ -Residuen,  $c_a$  und  $c_w$ , Spalart-Allmaras, ISMOO = 1

Abb. 179:  $\rho$ -Residuen,  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, EPSLOCM = 1,0, ISMOO = 0Abb. 180:  $\rho$ -Residuen,  $c_a$  und  $c_w$  Baldwin-Lomax, EPSLOCM = 2,0, ISMOO = 0Abb. 181:  $\rho$ -Residuen,  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, EPSLOCM = 3,0, ISMOO = 0Abb. 182:  $\rho$ -Residuen,  $c_a$  und  $c_w$  Baldwin-Lomax, EPSLOCM = 1,0, ISMOO = 1Abb. 183:  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, Vgl. ISMOO = 0 und ISMOO = 2Abb. 184:  $c_f$ , Baldwin-Lomax, Vgl. ISMOO = 0 und ISMOO = 2



Abb. 185:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA = 0,4 bis 0,8Abb. 186:  $\rho$ -Residuen,  $c_a$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe, ZoomAbb. 187:  $c_a$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA = 0,4 bis 0,8Abb. 188:  $c_w$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. StufeAbb. 189:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. StufeAbb. 190:  $c_f$ -Transitionsbereich, Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe

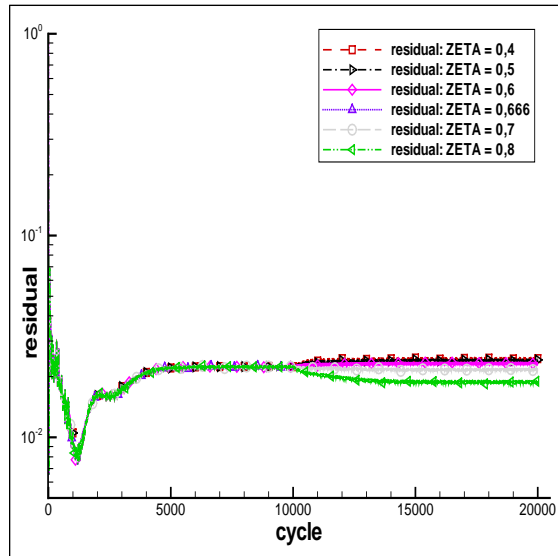


Abb. 191:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe, EPSLOCM = 3,0

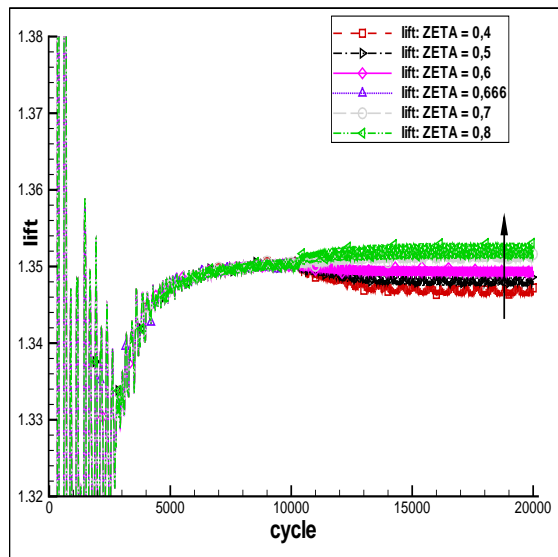


Abb. 192:  $c_a$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe, EPSLOCM = 3,0

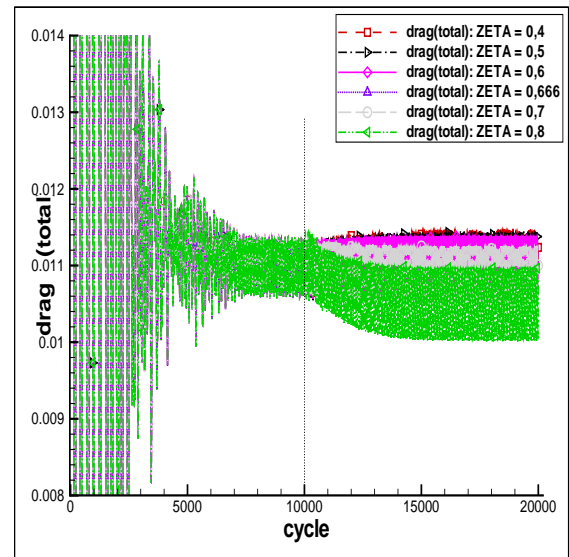


Abb. 193:  $c_w$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe, EPSLOCM = 3,0

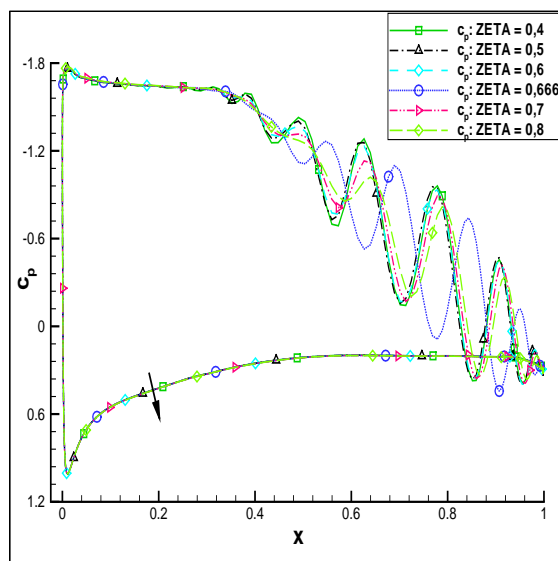


Abb. 194:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe, EPSLOCM = 3,0

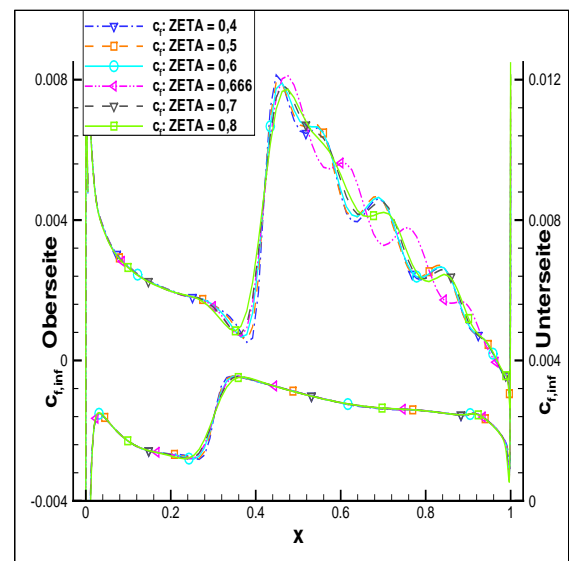


Abb. 195:  $c_f$ , Baldwin-Lomax, ISMOO = 0, ZETA 1. Stufe, EPSLOCM = 3,0

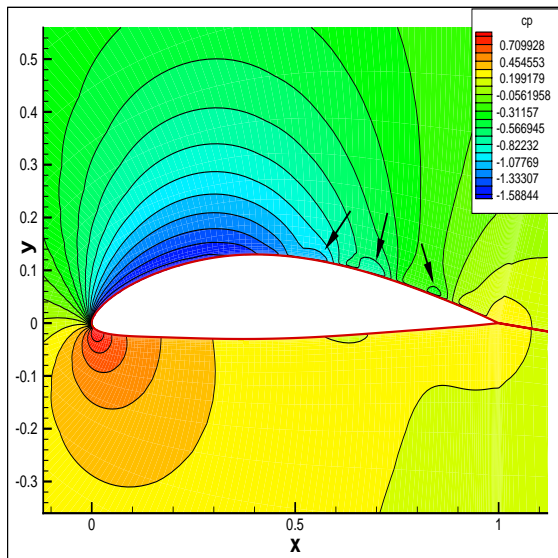
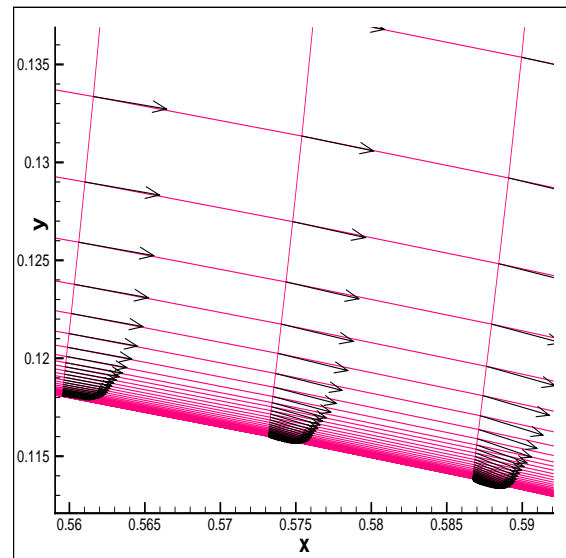
Abb. 196:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0

Abb. 197: Geschwindigkeitsvektoren normal und ins Profil laufend, Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0

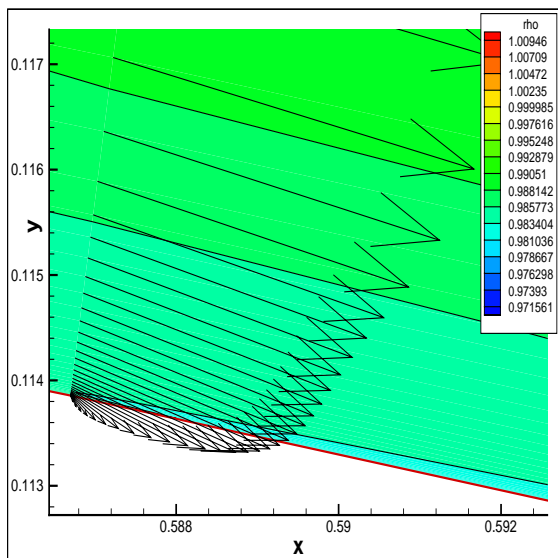


Abb. 198: Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, V-Vektoren ins Profil laufend, EPSLOCM = 3,0

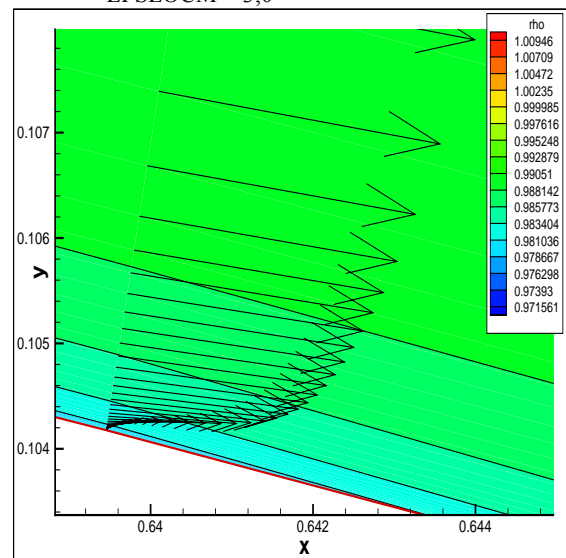
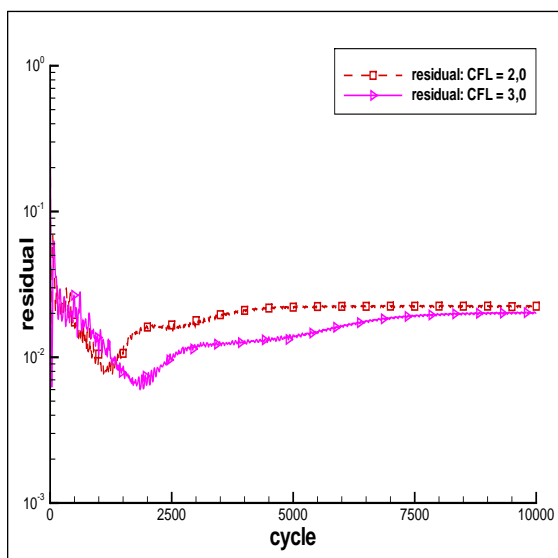
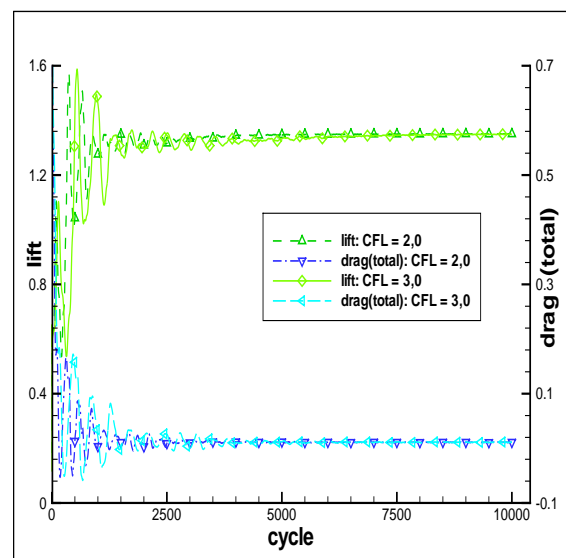


Abb. 199: Geschwindigkeitsvektoren ablösend, Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0

Abb. 200:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL unterschiedlichAbb. 201:  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL unterschiedlich

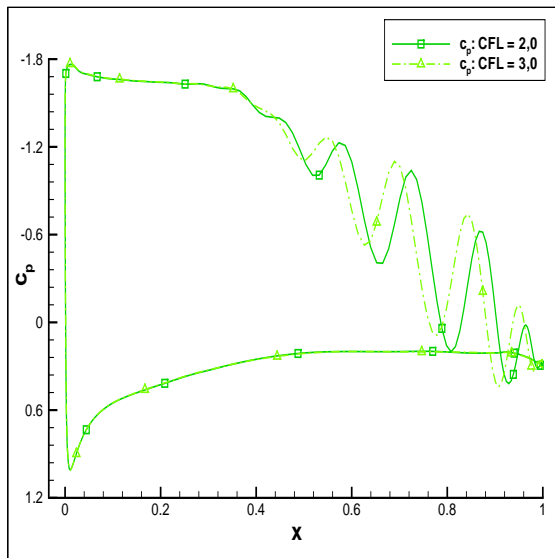


Abb. 202:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4,  
EPSLOCM = 3,0, CFL unterschiedlich

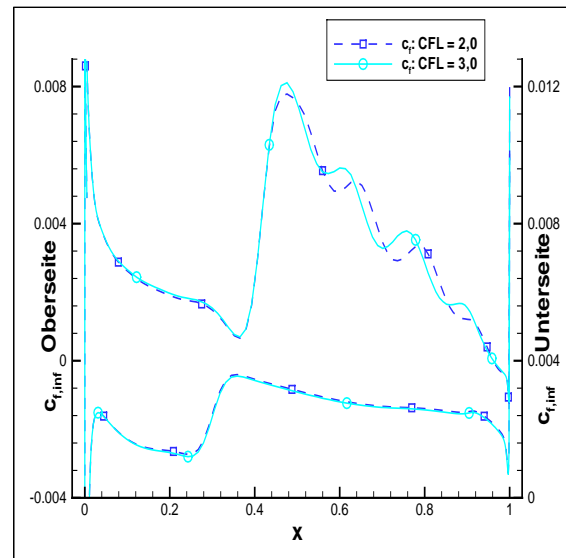


Abb. 203:  $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4,  
EPSLOCM = 3,0, CFL unterschiedlich

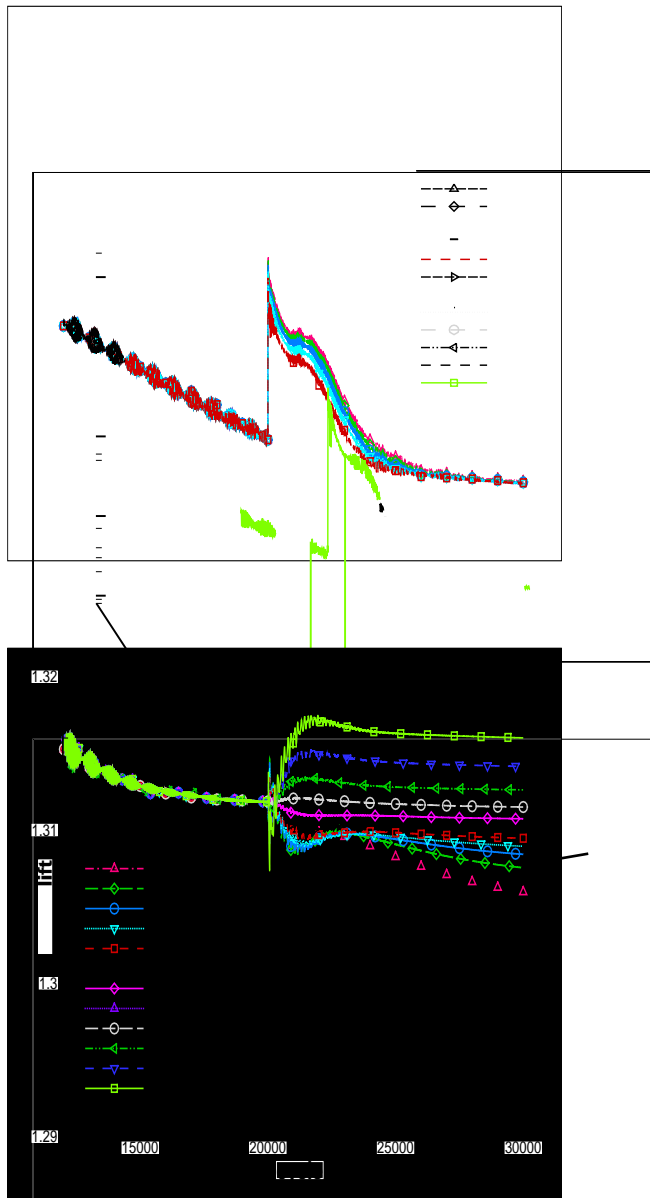


Abb. 205:  $c_a$ , Baldwin-Lomax, alle Variationen von  
ZETA

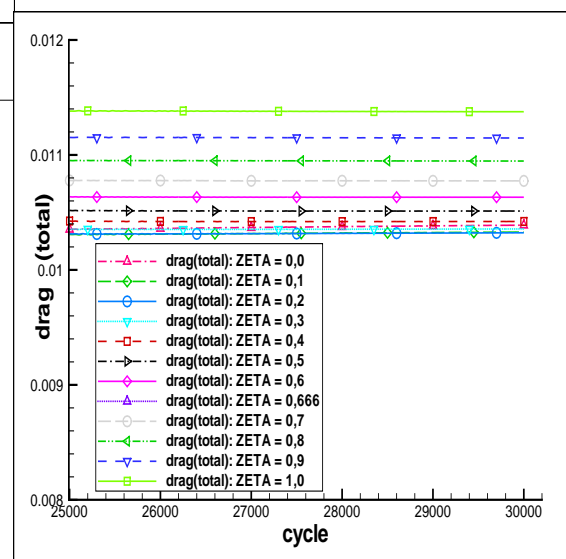
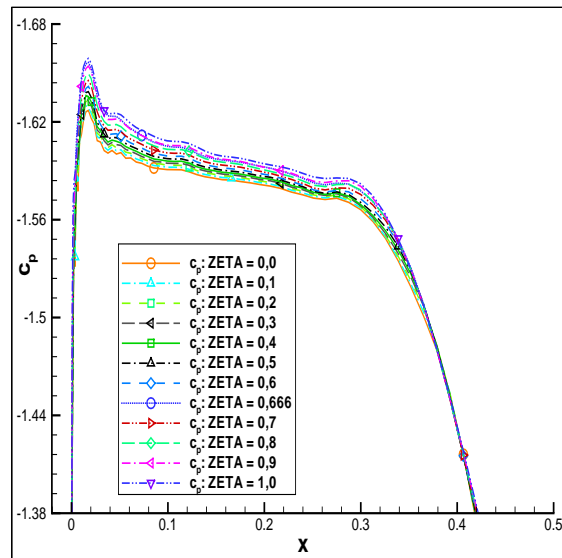
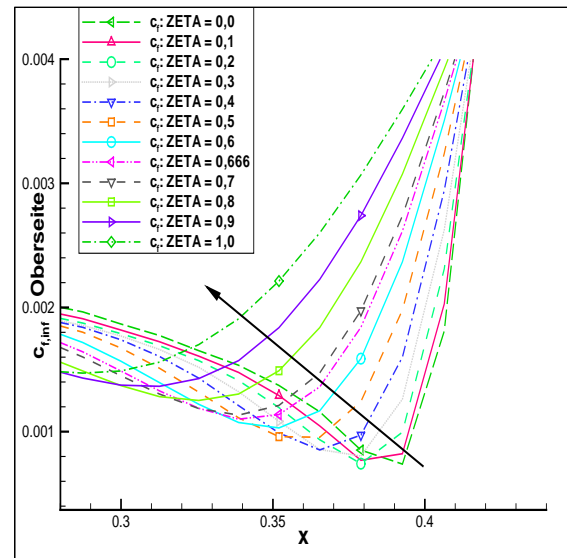
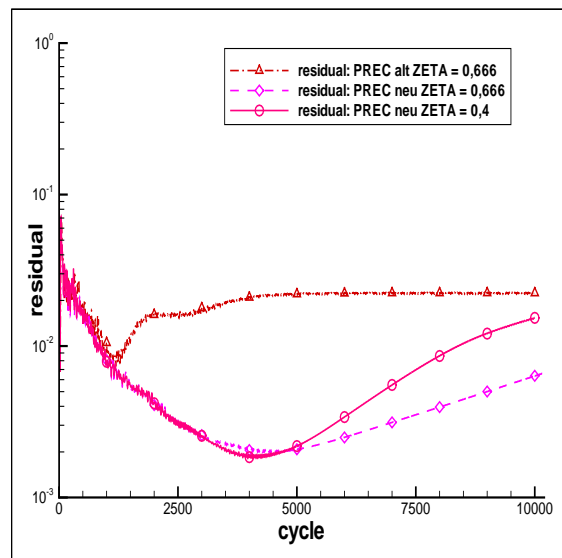
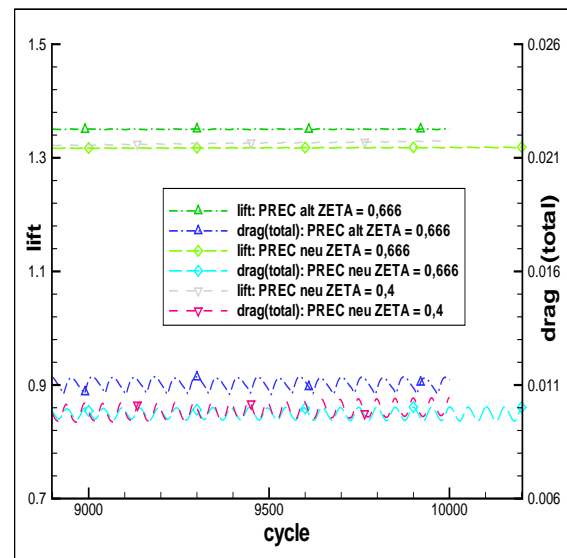
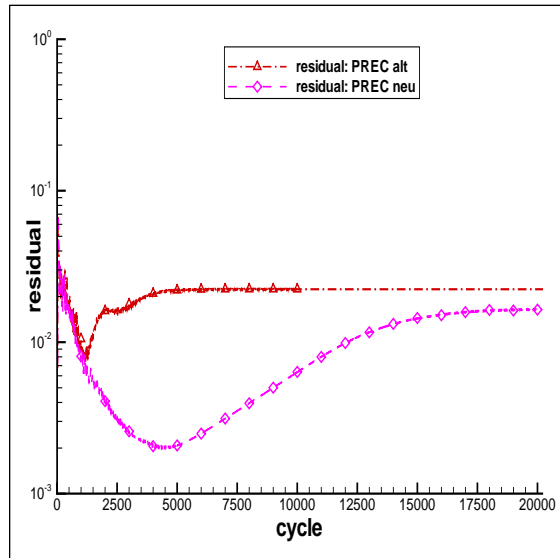
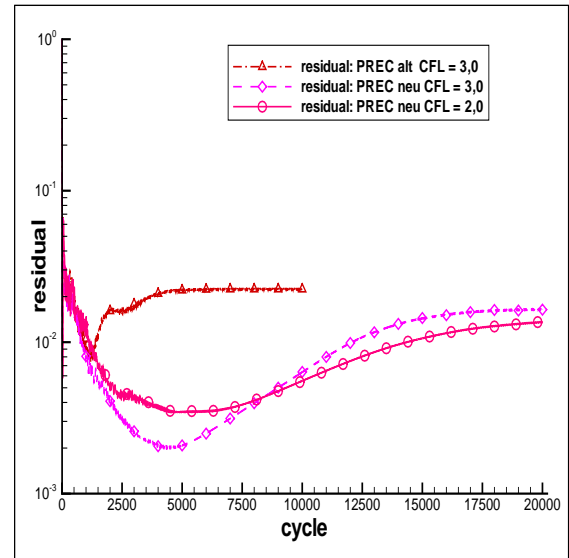
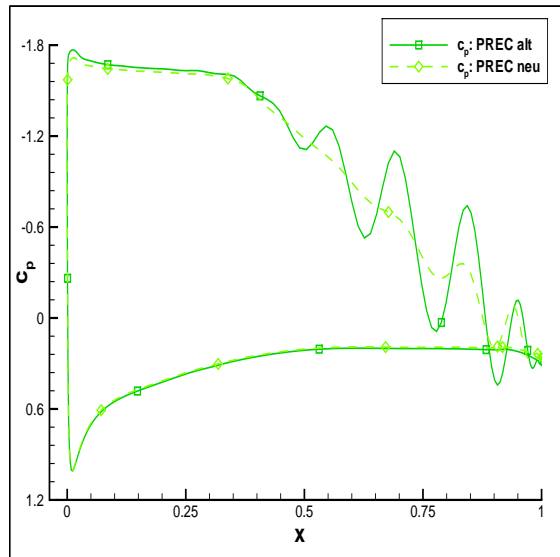
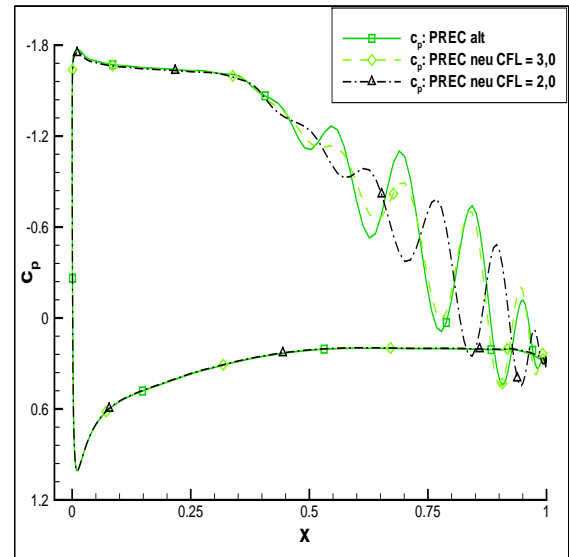
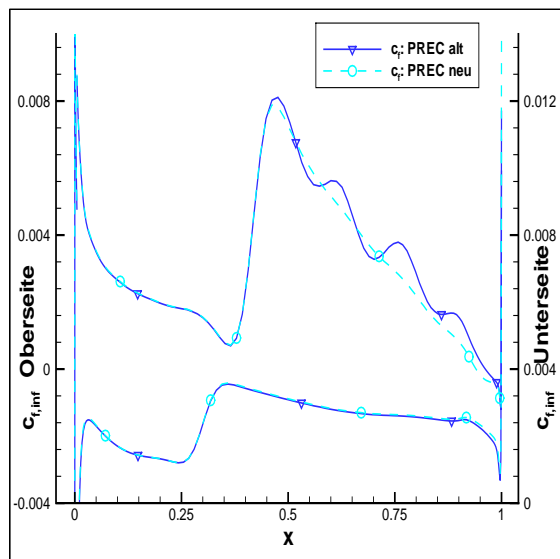
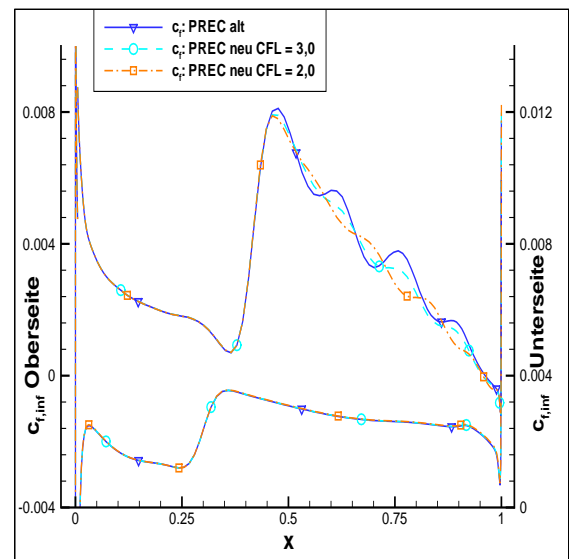
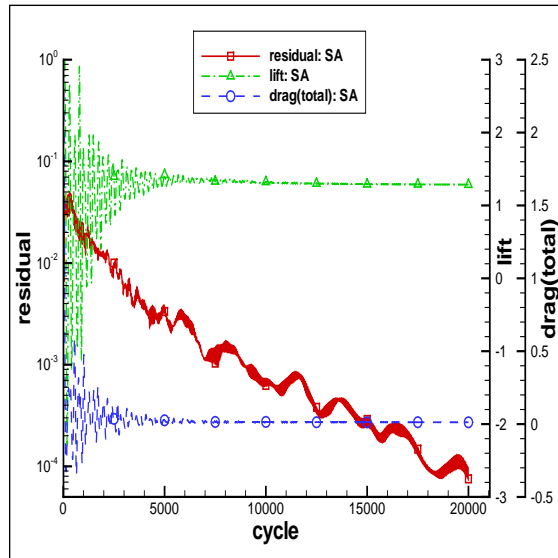
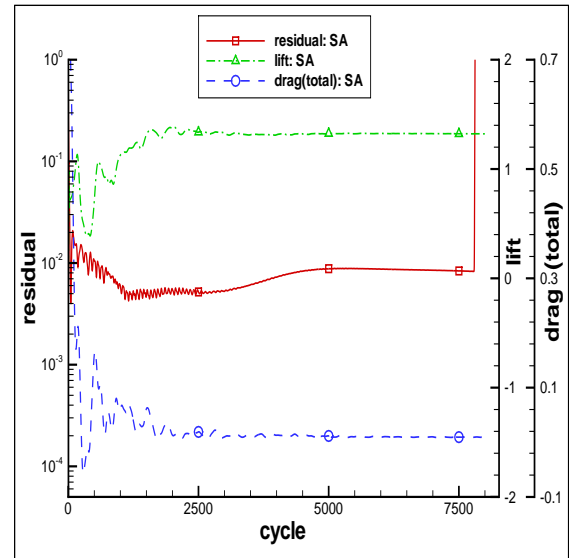
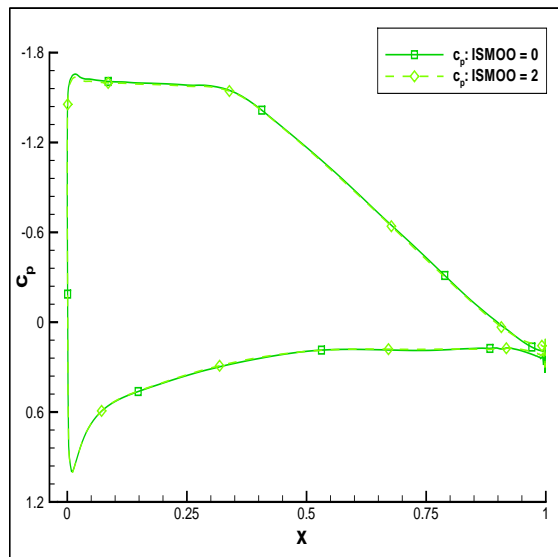
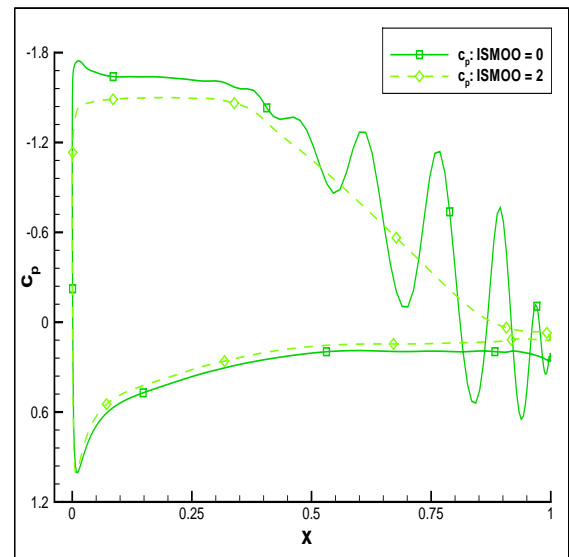
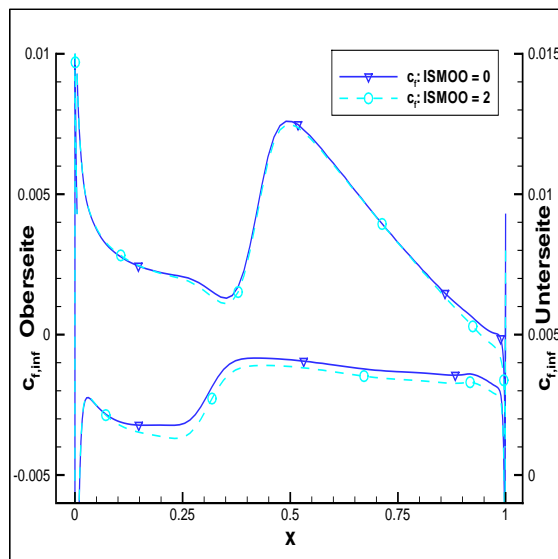
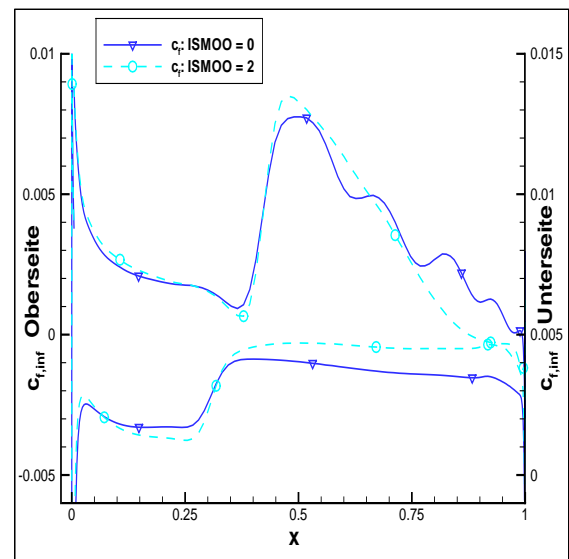


Abb. 206:  $c_w$ , Baldwin-Lomax, alle Variationen von  
ZETA

Abb. 207:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETAAbb. 208:  $c_{f,inf}$  Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETAAbb. 209:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, Prec alt und neu, EPSLOCM = 3,0, ZETA = 0,666 und 0,4Abb. 210:  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, Prec alt und neu, EPSLOCM = 3,0, ZETA = 0,666 und 0,4

Abb. 211:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, Prec alt und neu, EPSLOCM = 3,0, ZETA = 0,666Abb. 212:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, Prec alt und neu, EPSLOCM = 3,0, ZETA = 0,666, CFL unterschiedlichAbb. 213:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,666, Prec alt und neu, EPSLOCM = 3,0Abb. 214:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL unterschiedlichAbb. 215:  $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,666, Prec alt und neu, EPSLOCM = 3,0Abb. 216:  $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, Prec alt u. neu, EPSLOCM = 3,0 CFL unterschiedlich

Abb. 217:  $\rho$ -Residuen,  $c_a$  und  $c_w$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, CFL = 2,0Abb. 218:  $\rho$ -Residuen,  $c_a$  und  $c_w$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL = 1,5Abb. 219:  $c_p$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, CFL = 2,0 (bis 20000 Iterationen)Abb. 220:  $c_p$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL = 1,5Abb. 221:  $c_f$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, CFL = 2,0Abb. 222:  $c_f$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, EPSLOCM = 3,0, CFL = 1,5



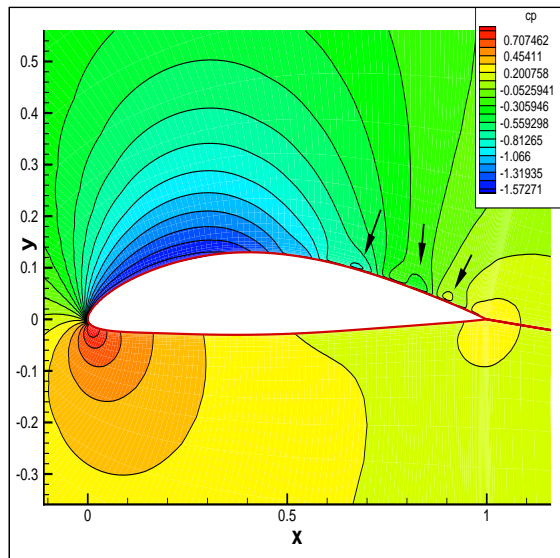


Abb. 223: Druckfeld, Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4,  
EPSLOCM = 3,0, CFL = 1,5

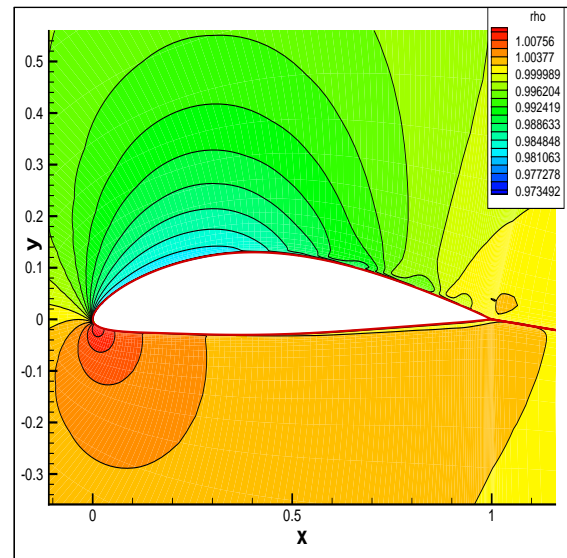


Abb. 224: Dichtefeld, Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4,  
EPSLOCM = 3,0, CFL = 1,5

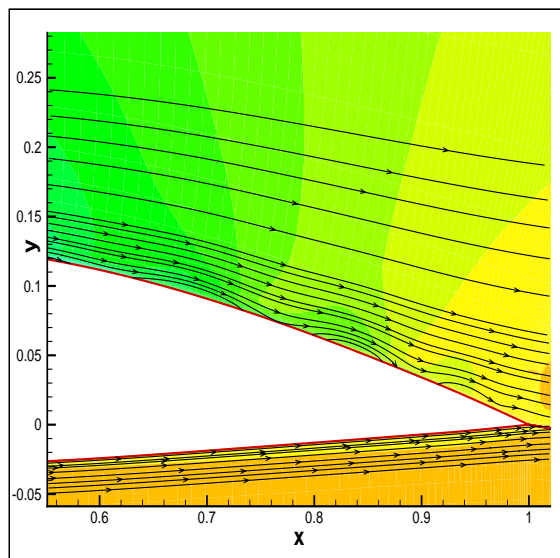


Abb. 225: Stromlinien, Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4,  
EPSLOCM = 3,0, CFL = 1,5

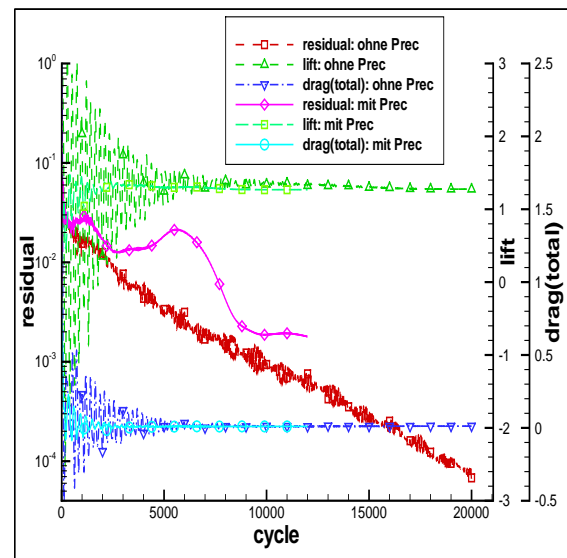


Abb. 226:  $\rho$ -Residuum,  $c_a$  und  $c_w$ , Wilcox  $k-\omega$ ,  
ZETA = 0,4, CFL = 2,0

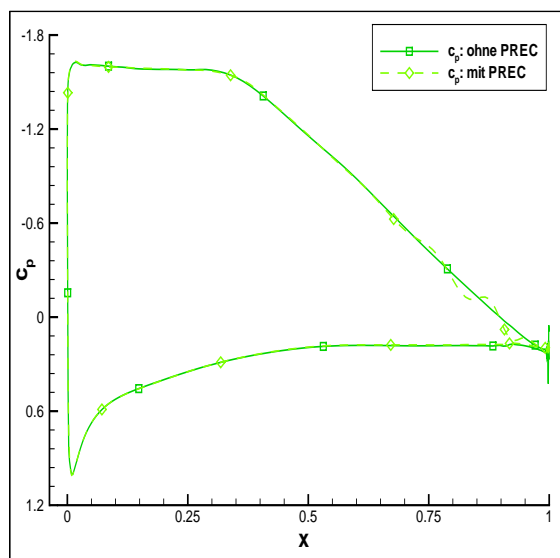


Abb. 227:  $c_p$ , Wilcox  $k-\omega$ , ZETA = 0,666, CFL = 2,0

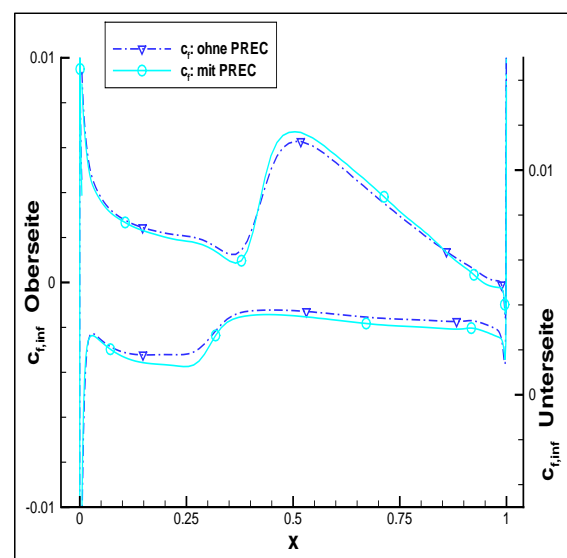
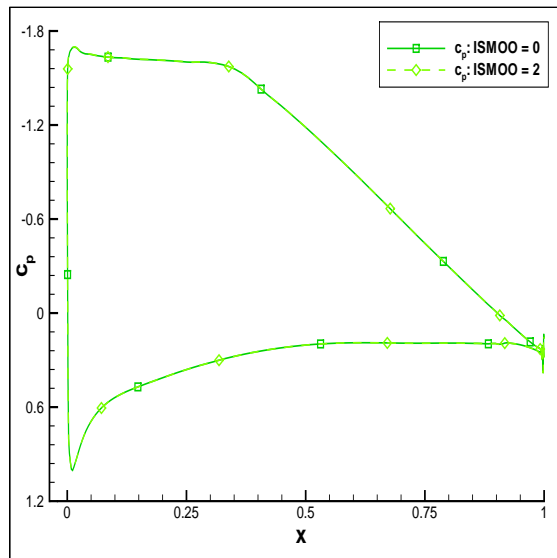
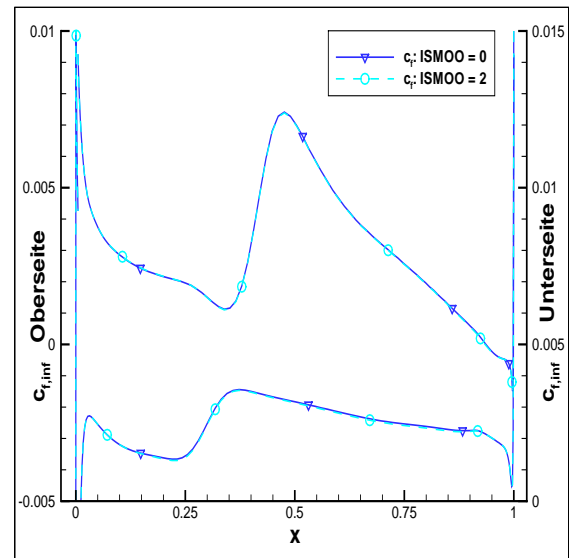
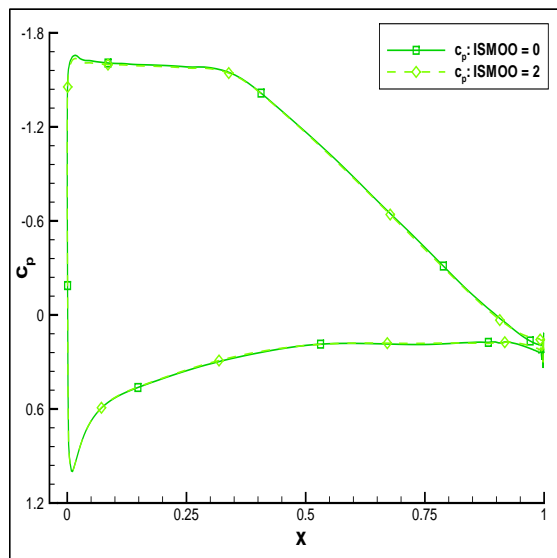
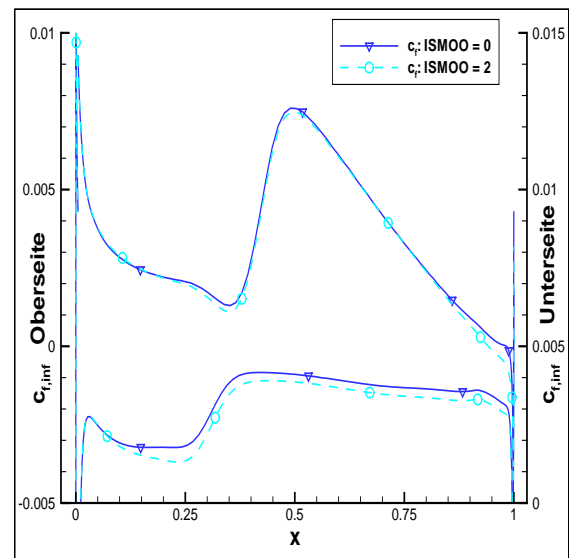
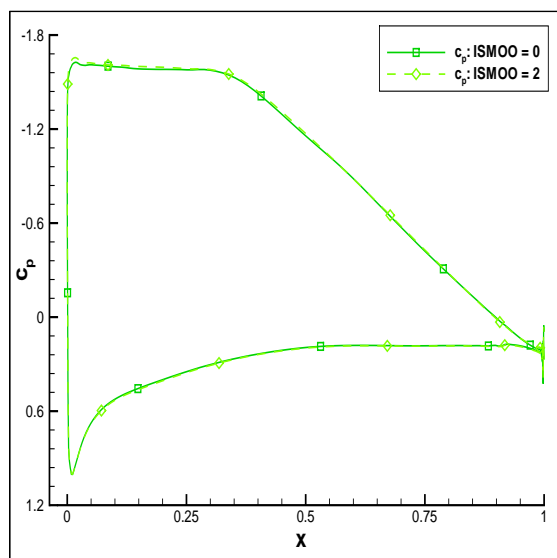
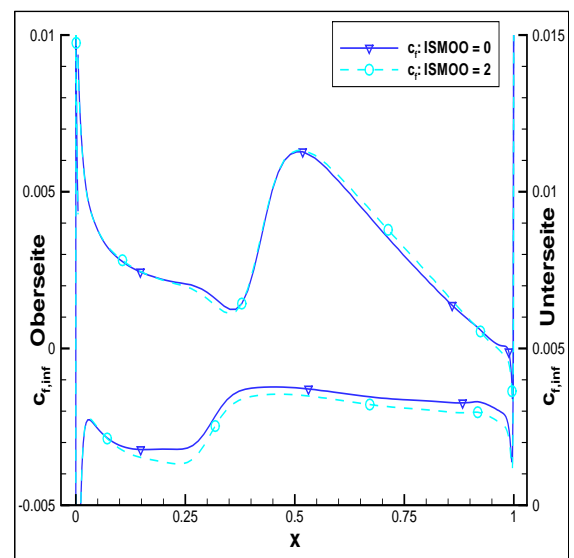
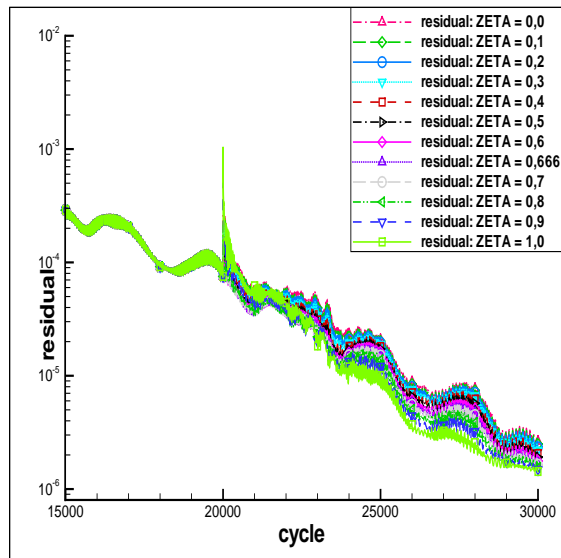
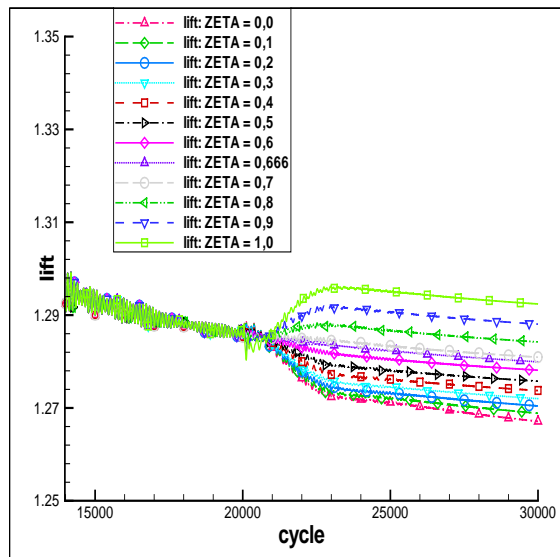
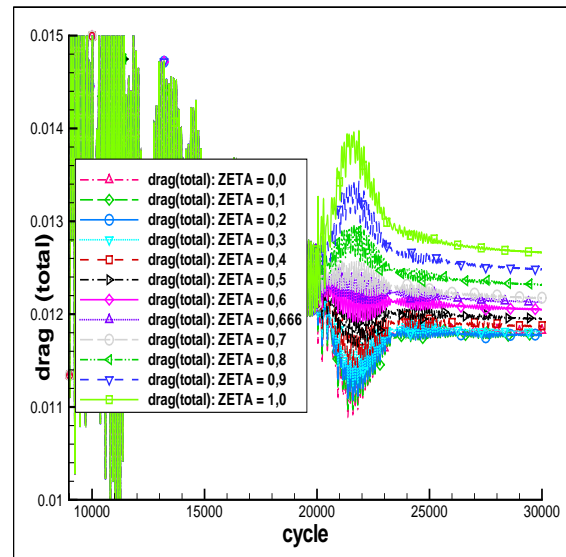
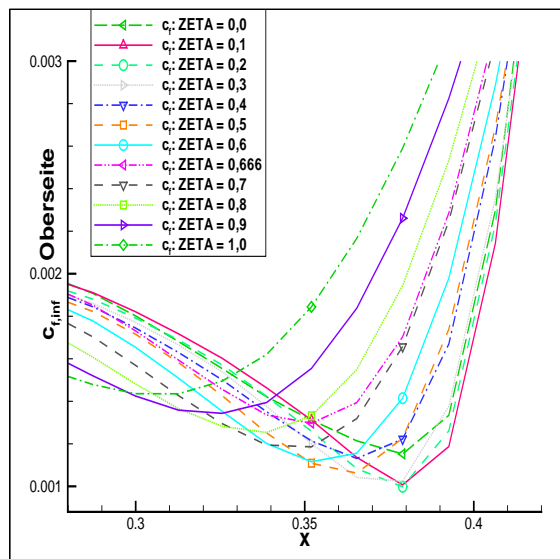
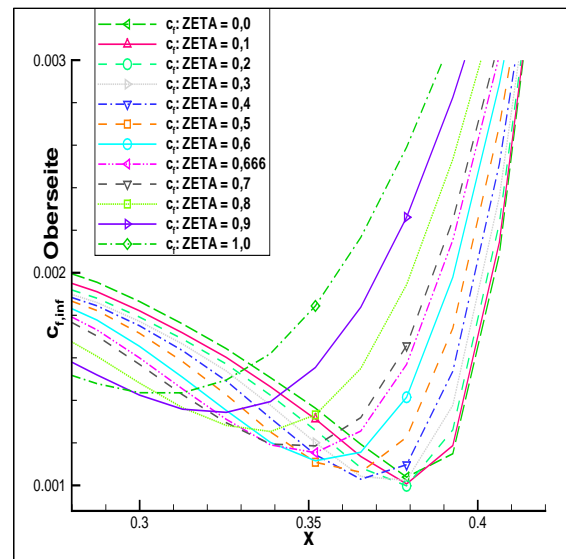
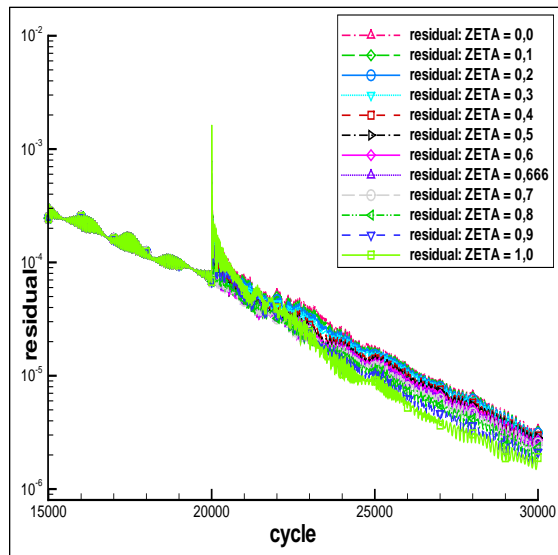
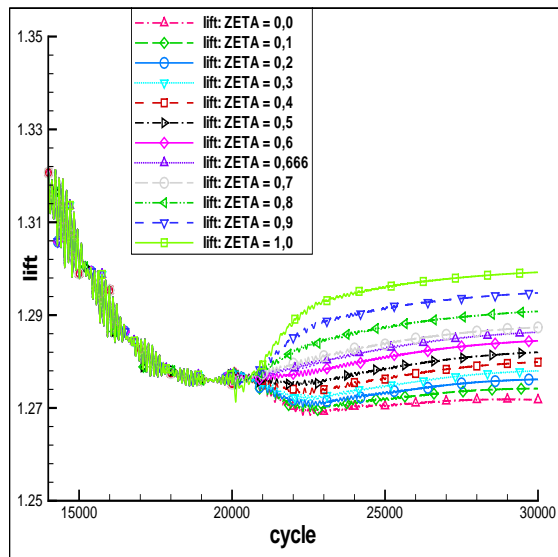
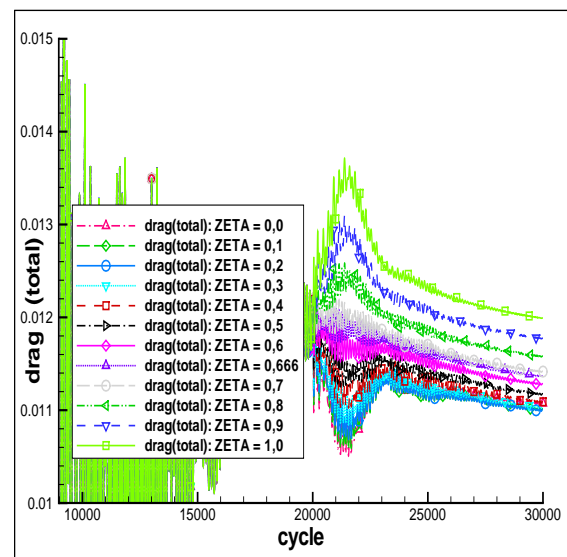
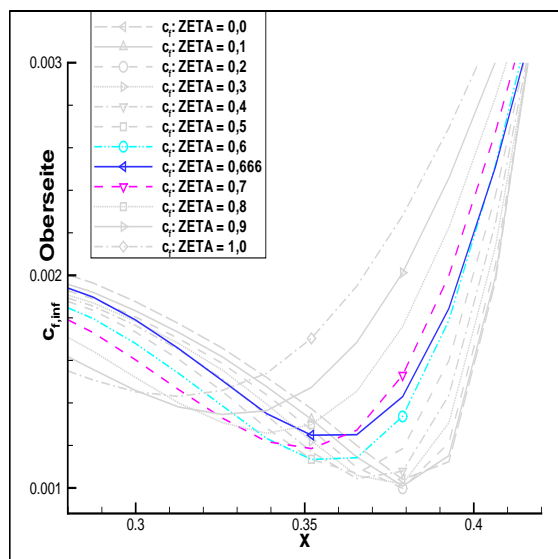
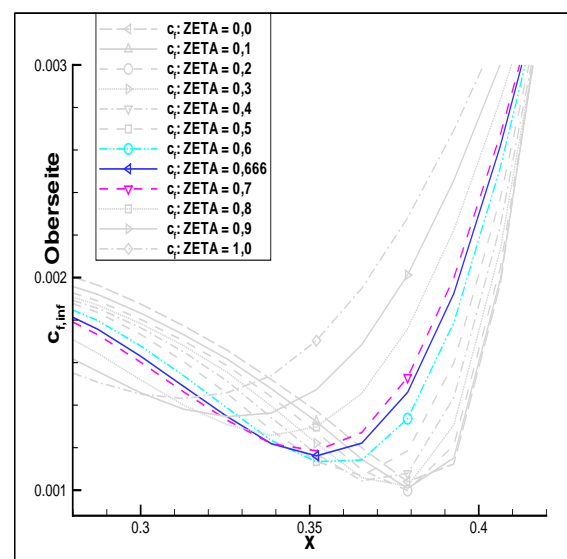


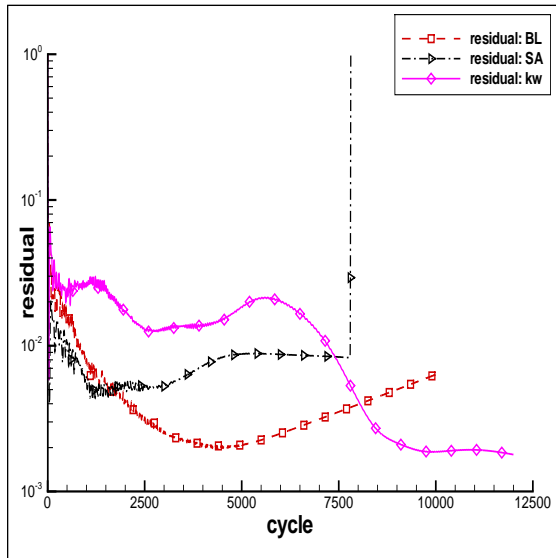
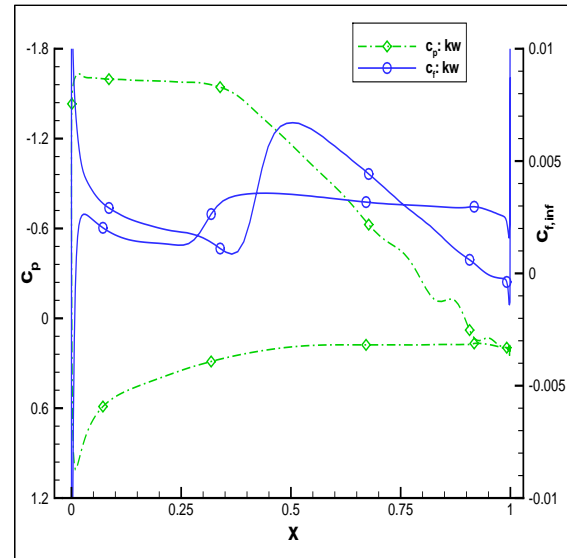
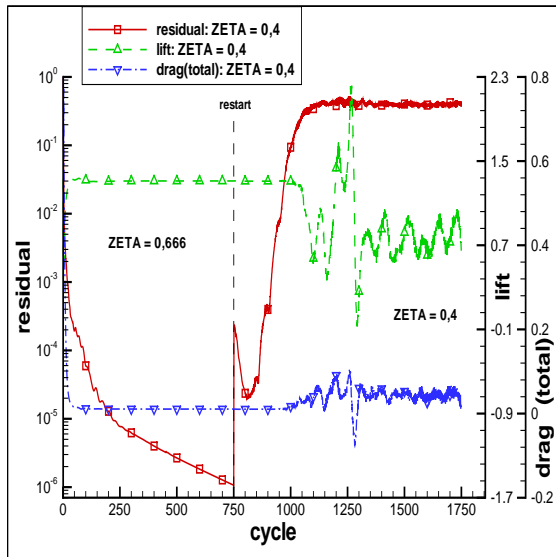
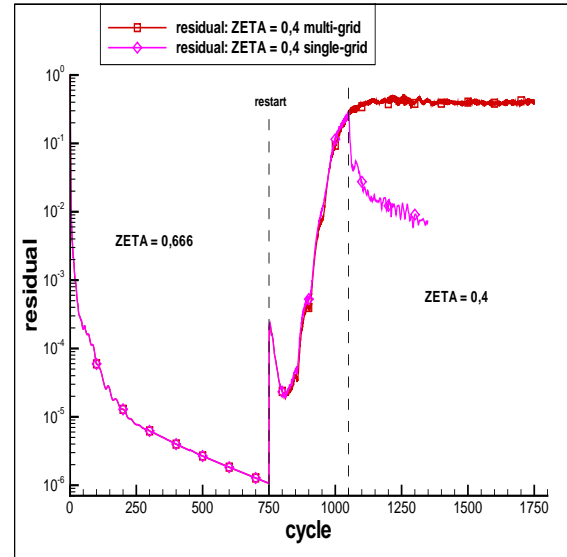
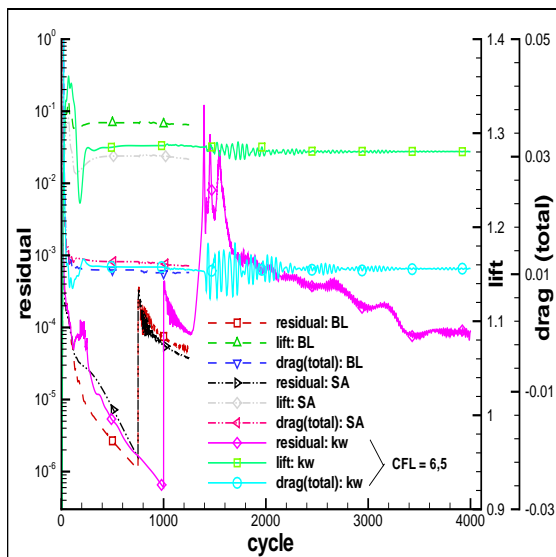
Abb. 228:  $c_f$ , Wilcox  $k-\omega$ , ZETA =, CFL = 2,0

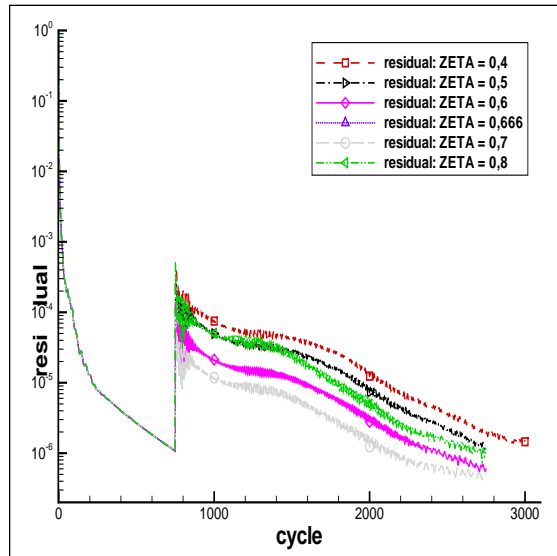
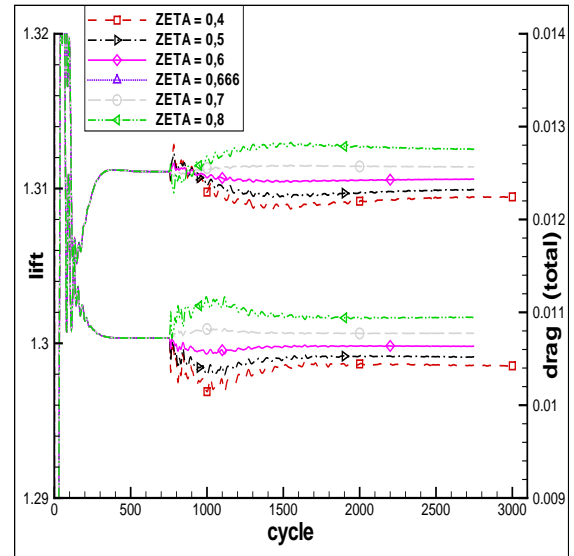
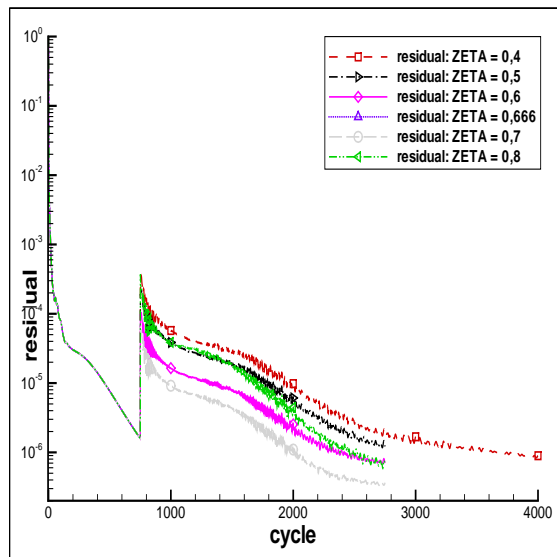
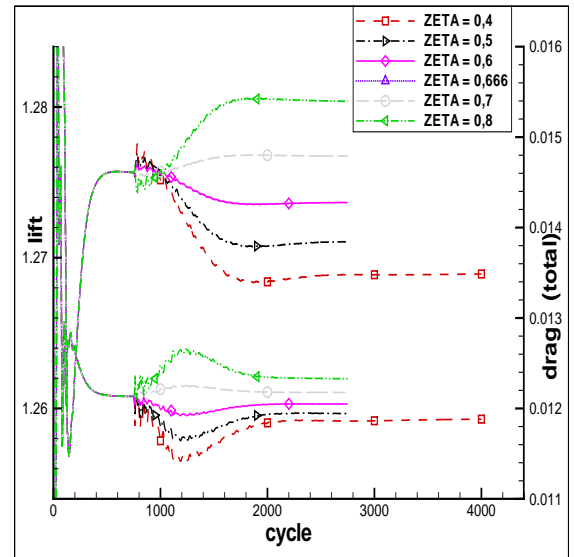
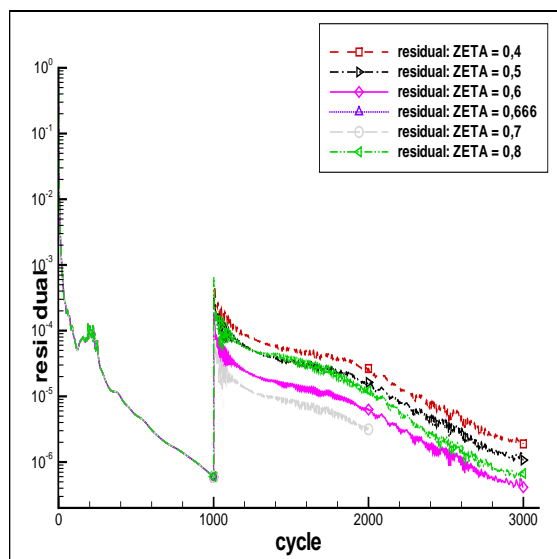
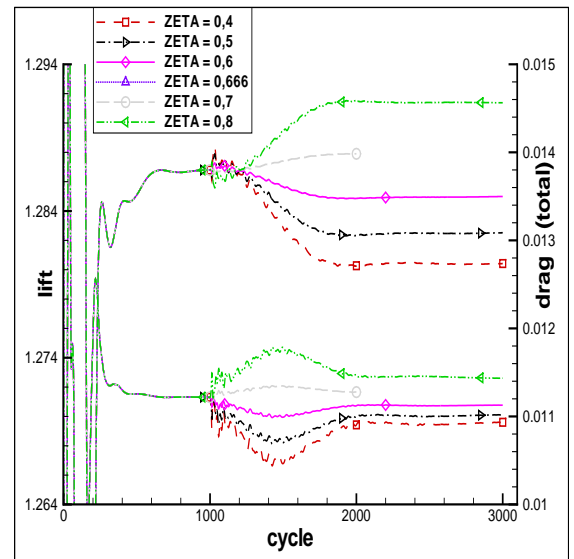


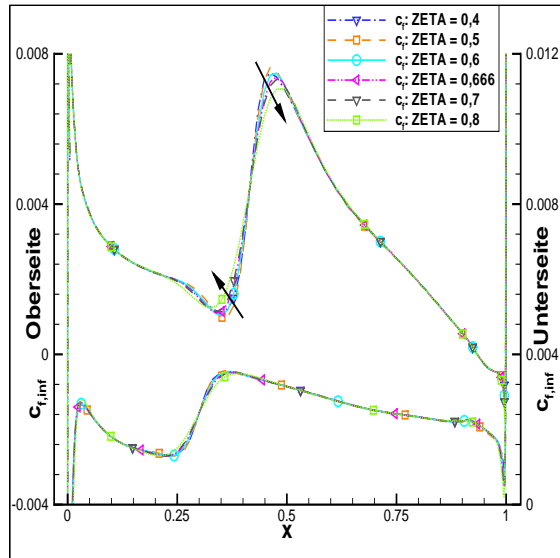
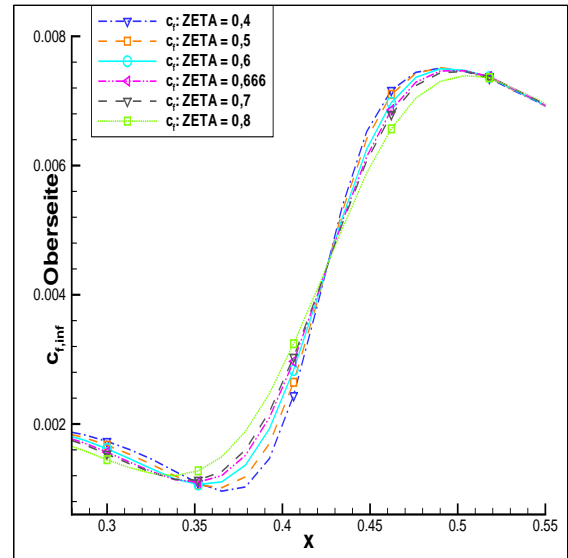
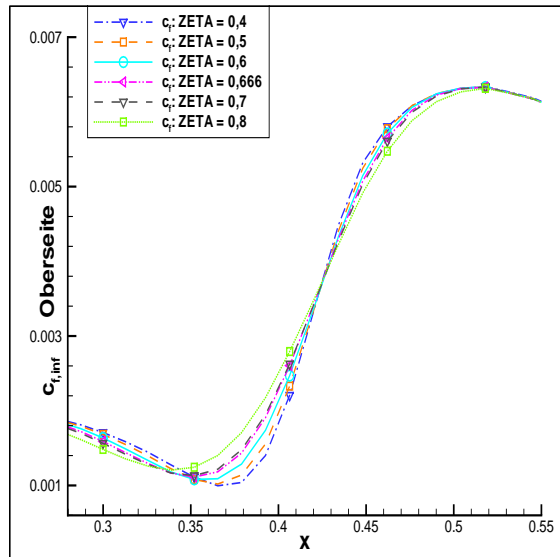
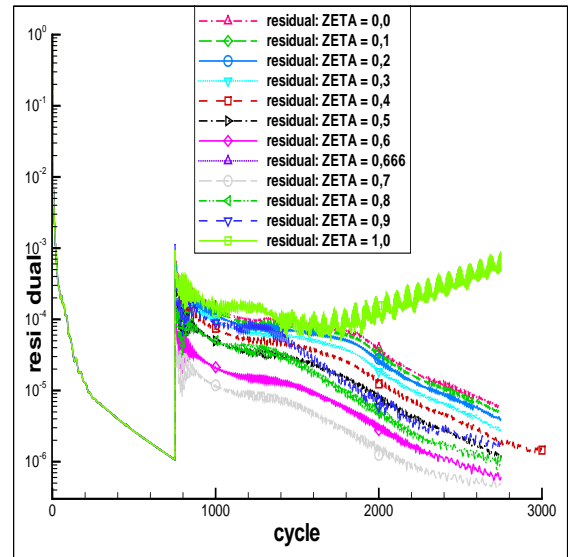
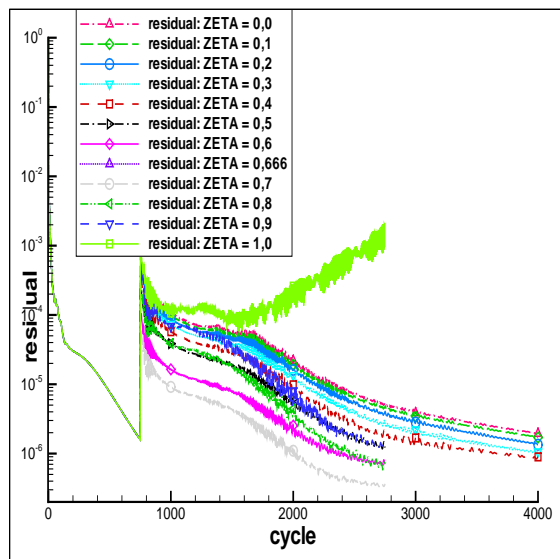
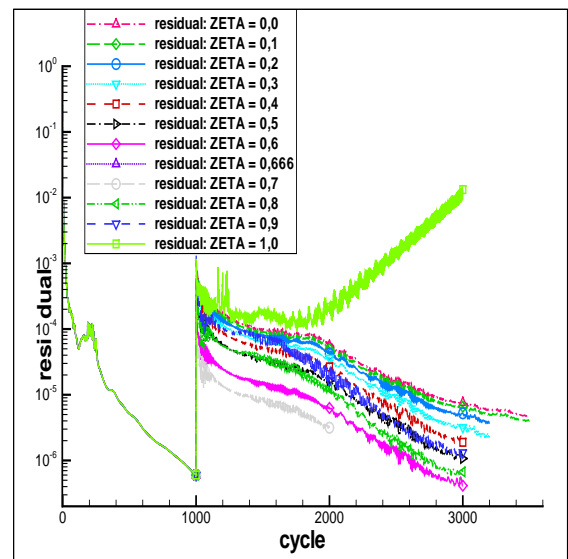
Abb. 229:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,666, Vgl. ISMOO = 0 und 2Abb. 230:  $c_f$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,666, Vgl. ISMOO = 0 und 2Abb. 231:  $c_p$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,666, Vgl. ISMOO = 0 und 2Abb. 232:  $c_f$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,666, Vgl. ISMOO = 0 und 2Abb. 233:  $c_p$ , Wilcox  $k-\omega$ , ZETA = 0,666, Vgl. ISMOO = 0 und 2Abb. 234:  $c_f$ , Wilcox  $k-\omega$ , ZETA = 0,666, Vgl. ISMOO = 0 und 2

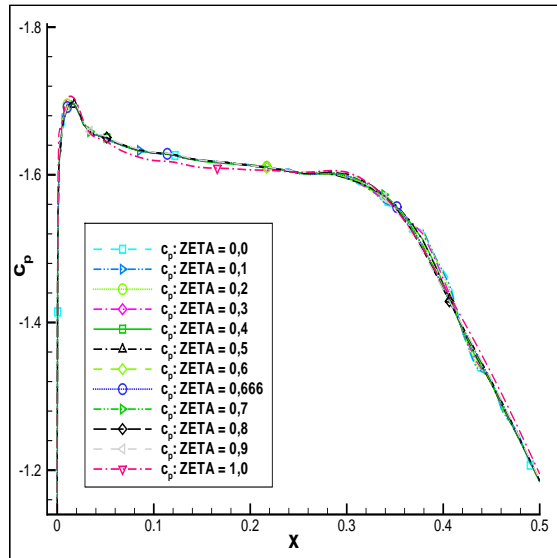
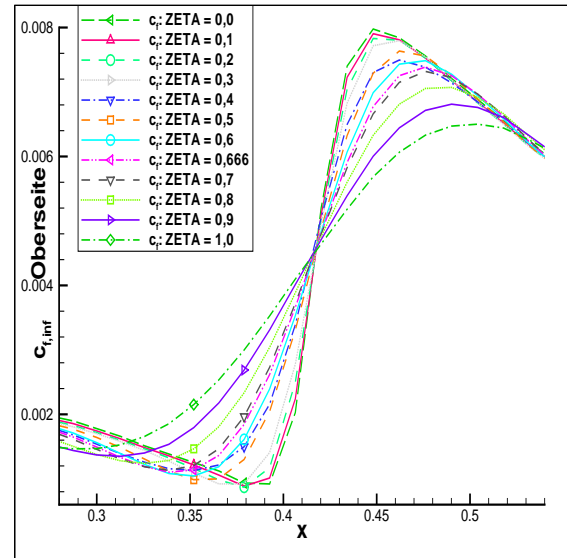
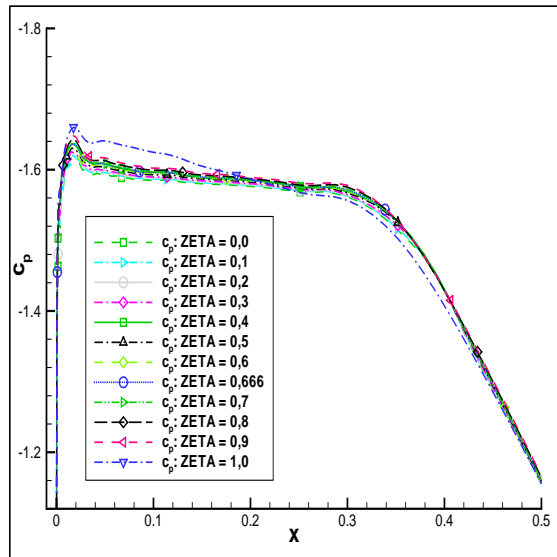
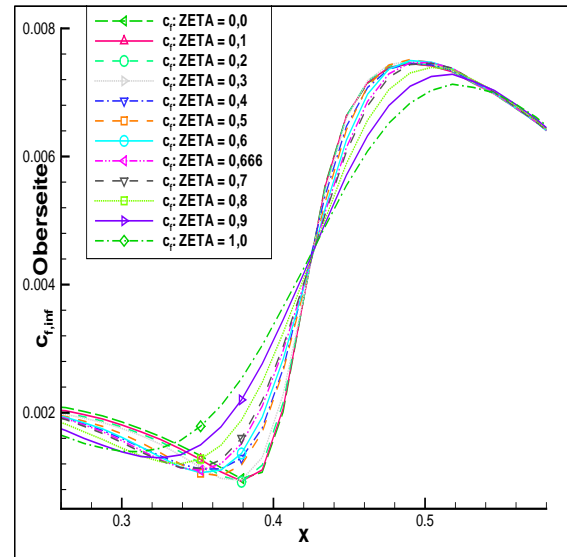
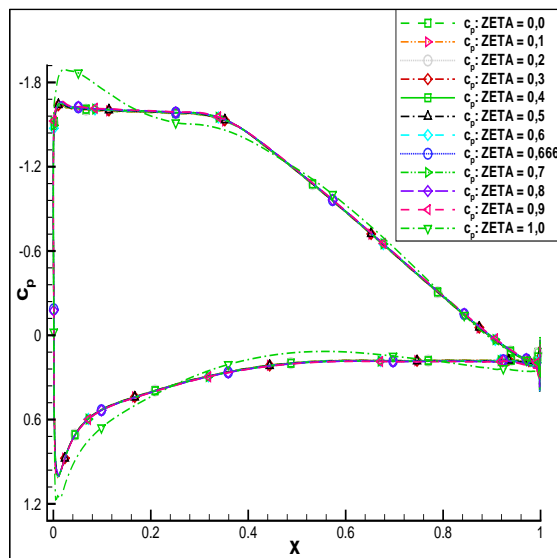
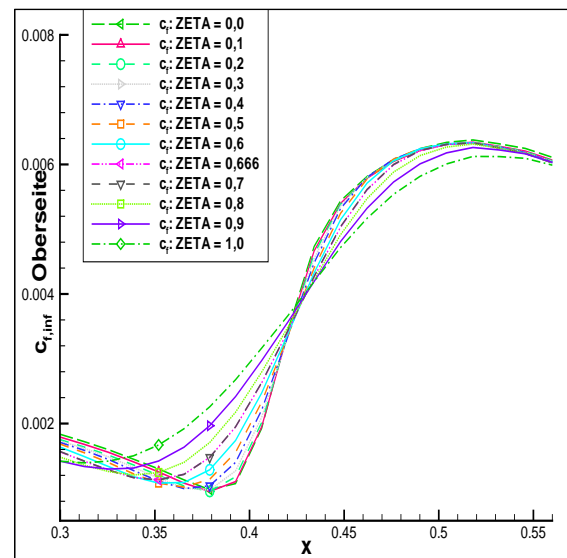
Abb. 235:  $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0Abb. 236:  $c_{a2}$ , Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0Abb. 237:  $c_{w2}$ , Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0Abb. 238:  $c_{f,inf}$ , Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0Abb. 239:  $c_{f,inf}$ , Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA bis 30000 Iterationen, CFL = 2,0

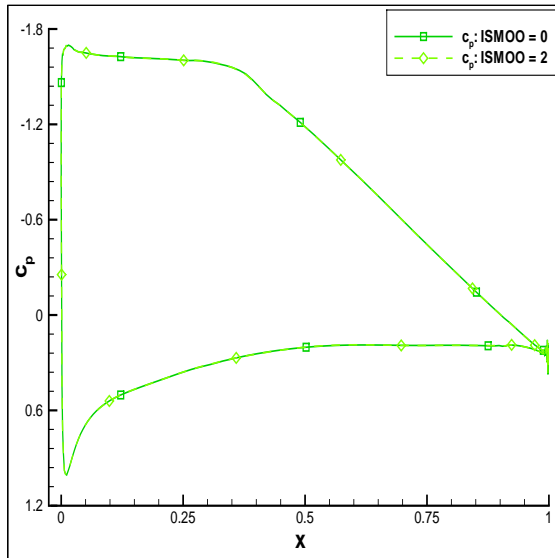
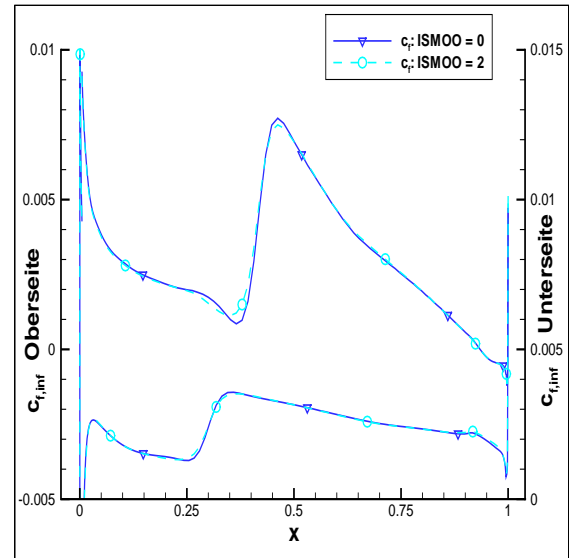
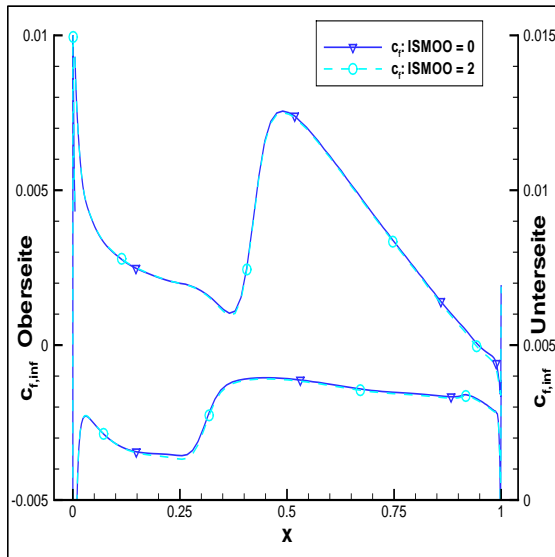
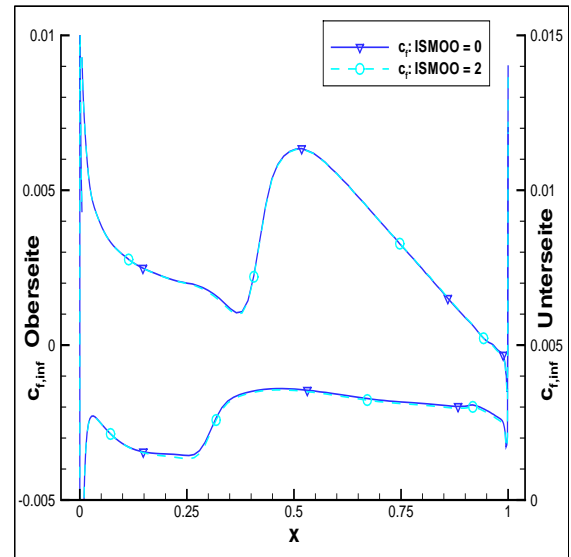
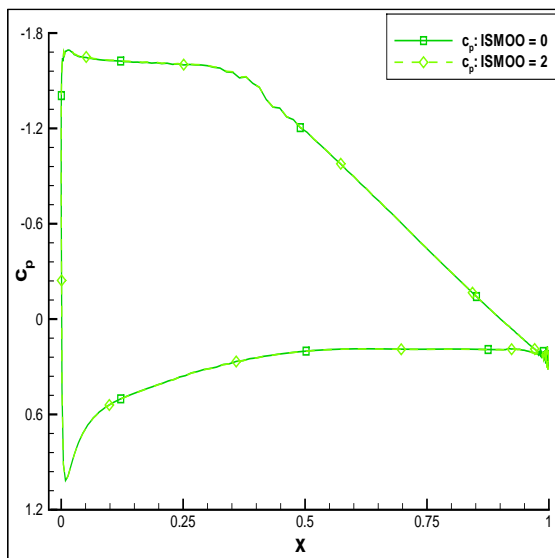
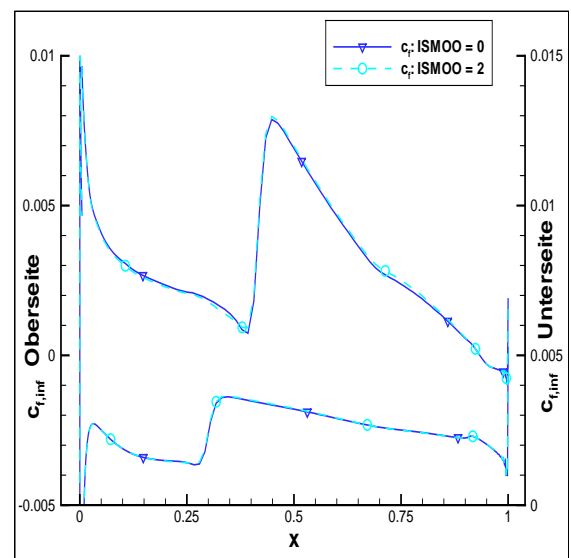
Abb. 240:  $\rho$ -Residuen, Wilcox  $k$ - $\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0Abb. 241:  $c_{a3}$ , Wilcox  $k$ - $\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0Abb. 242:  $c_{ws}$ , Wilcox  $k$ - $\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0Abb. 243:  $c_f$ , Oberseite, Wilcox  $k$ - $\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 2,0Abb. 244:  $c_f$ , Unterseite, Wilcox  $k$ - $\omega$ , alle Variationen von ZETA bis 30000, CFL = 2,0

Abb. 245:  $\rho$ -Residuen, alle Modelle, ISMOO = 0, EPSLOCM = 3,0Abb. 246:  $c_p$  und  $c_f$ , Wilcox  $k-\omega$ , ISMOO = 0, EPSLOCM = 3,0Abb. 247:  $\rho$ -Residuen,  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, CFL = 7,5, ISMOO = 2Abb. 248:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, CFL = 7,5, ISMOO = 2Abb. 249:  $\rho$ -Residuen,  $c_a$  und  $c_w$ , 3 Modelle, ZETA = 0,4, CFL = 7,5/6,5, Restart: single-grid, ISMOO = 2

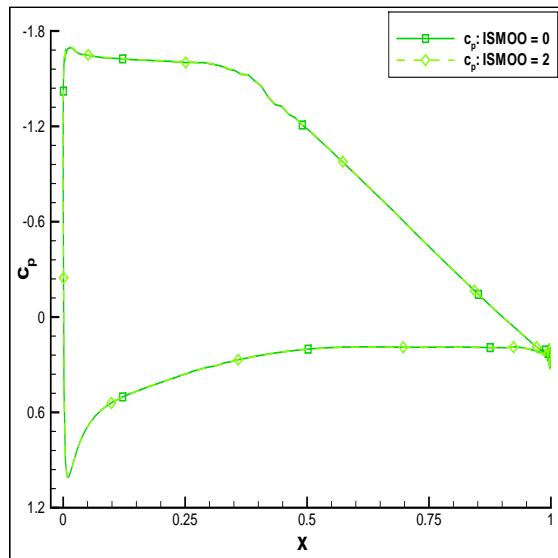
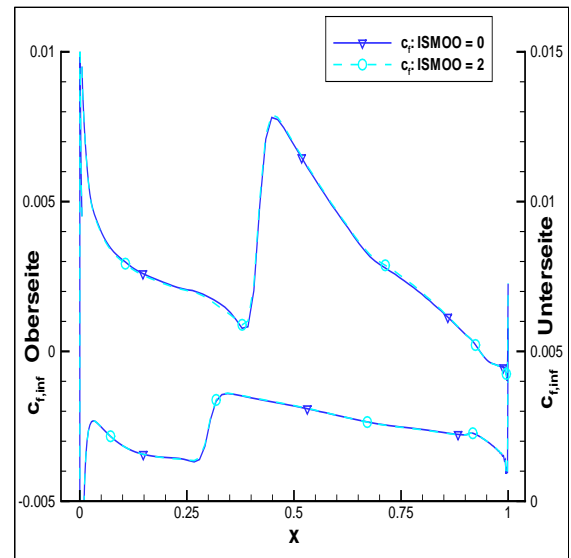
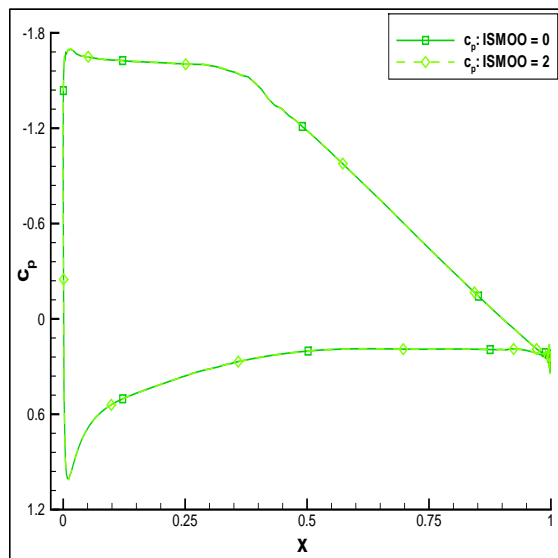
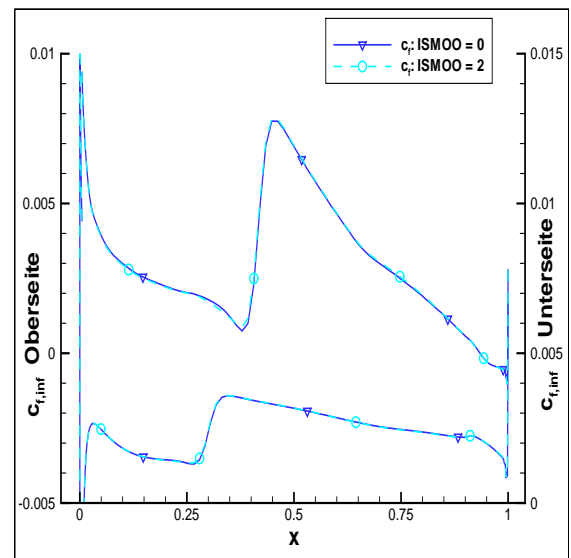
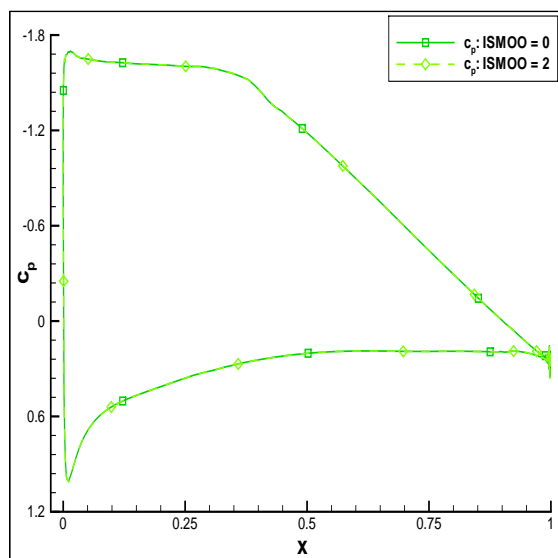
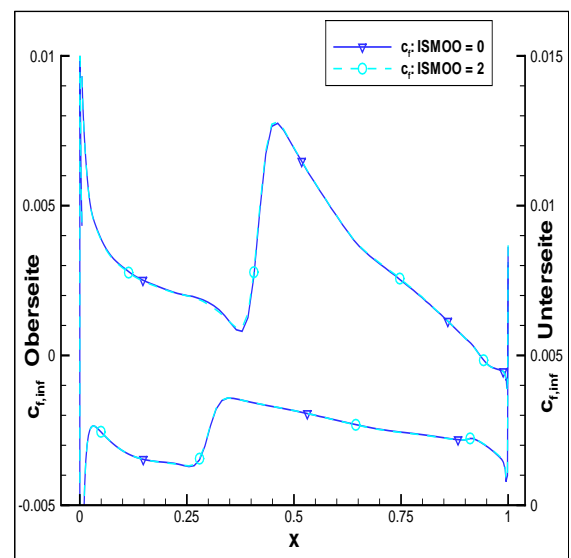
Abb. 250:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5Abb. 251:  $c_a$  und  $c_w$ , Baldwin-Lomax, ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5Abb. 252:  $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5Abb. 253:  $c_a$  und  $c_w$ , Spalart-Allmaras, ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5Abb. 254:  $\rho$ -Residuen, Wilcox  $k-\omega$ , ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5Abb. 255:  $c_a$  und  $c_w$ , Wilcox  $k-\omega$ , ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5

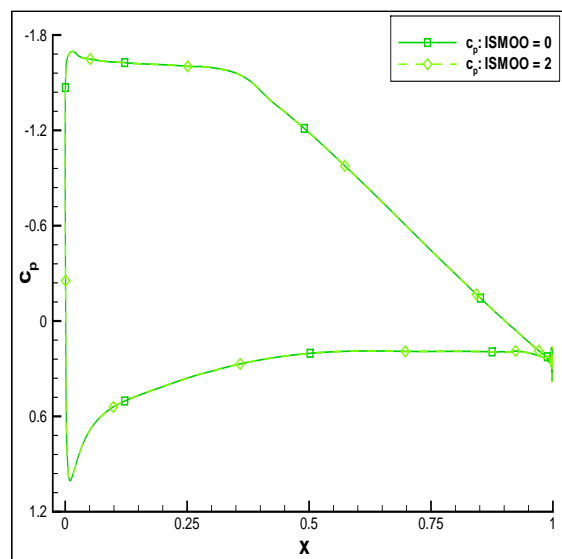
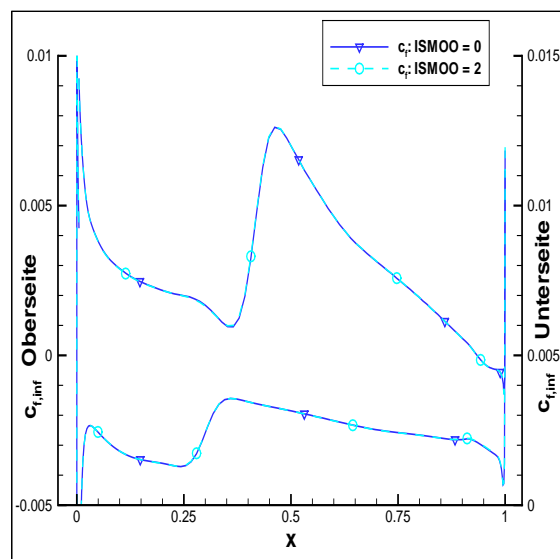
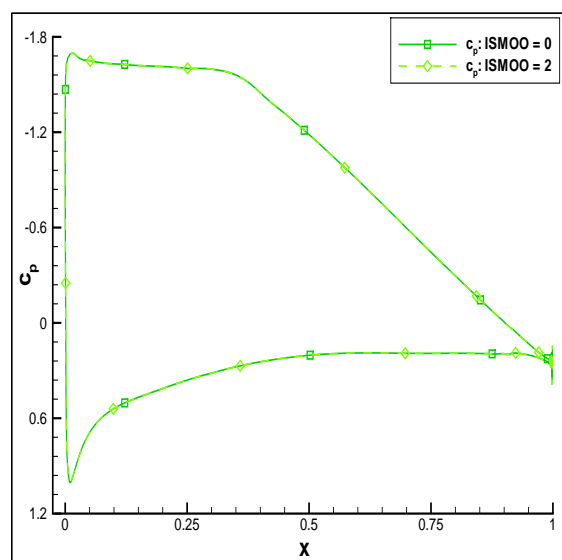
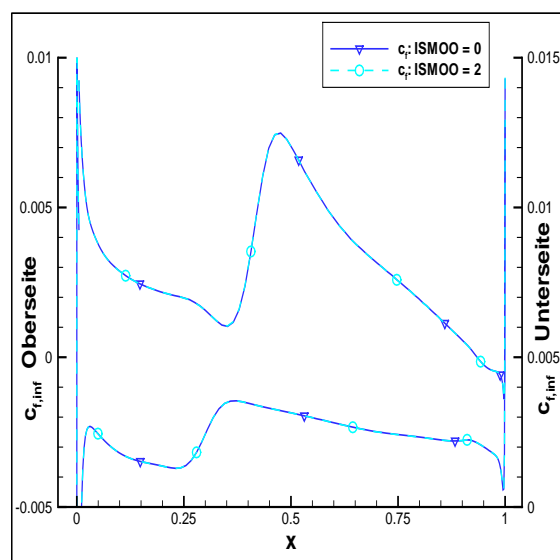
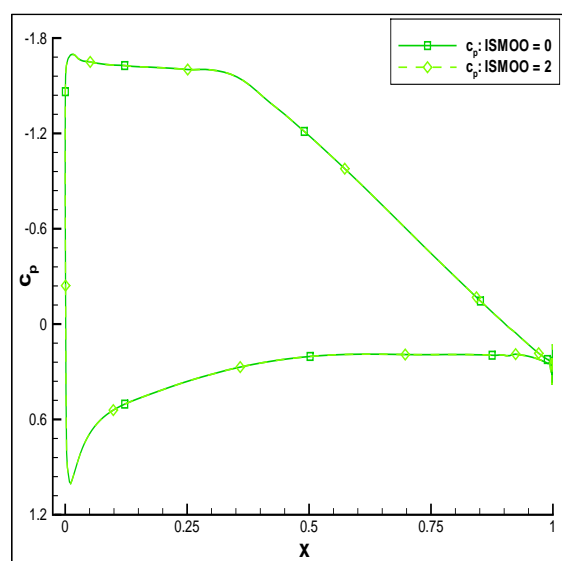
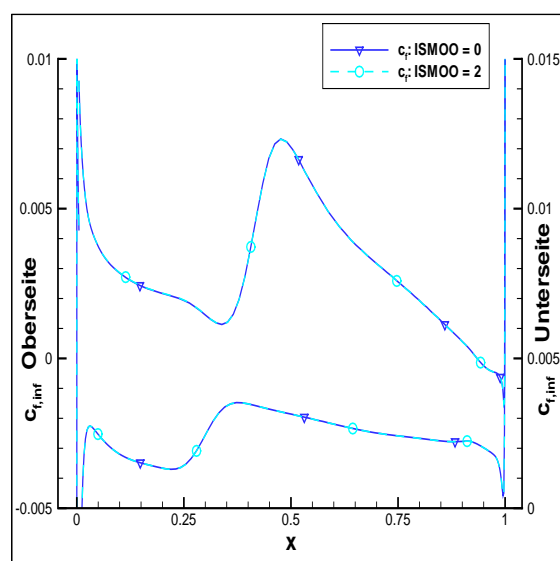
Abb. 256:  $c_f$  Baldwin-Lomax, ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5Abb. 257:  $c_f$ -Transitionsbereich, Spalart-Allmaras, ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5Abb. 258:  $c_f$  Transitionsbereich, Wilcox  $k-\omega$ , ZETA 1. Stufe, CFL = 7,5Abb. 259:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5Abb. 260:  $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5Abb. 261:  $\rho$ -Residuen, Wilcox  $k-\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5

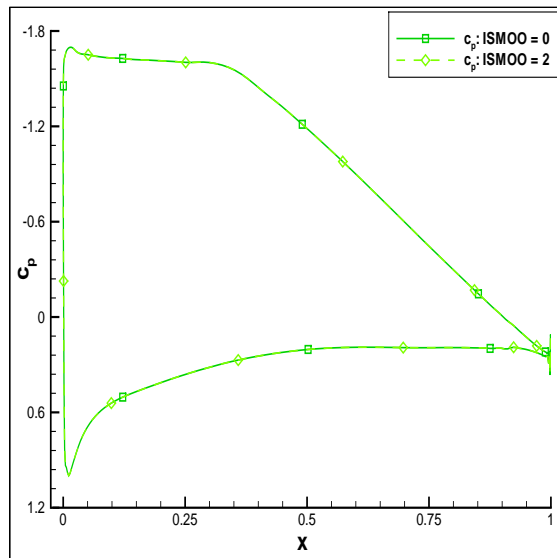
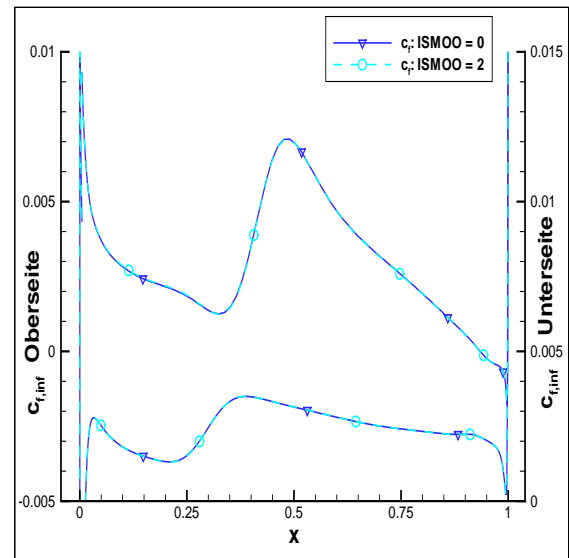
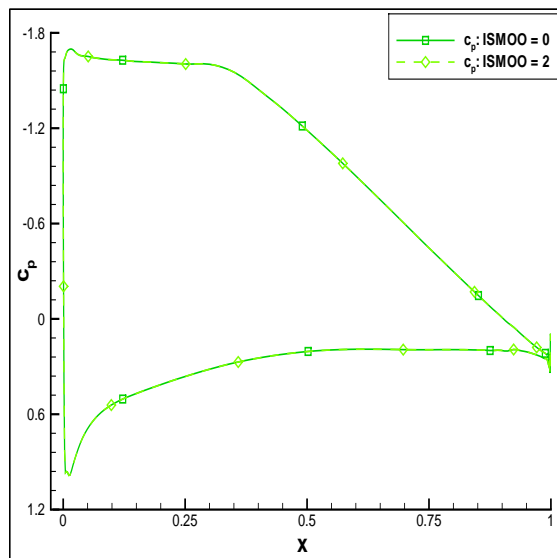
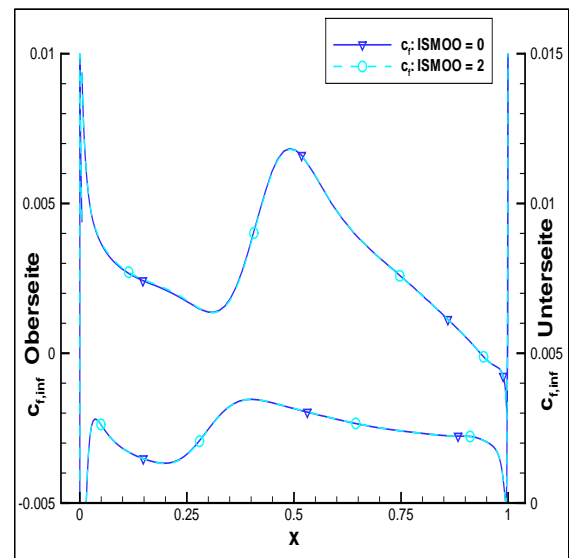
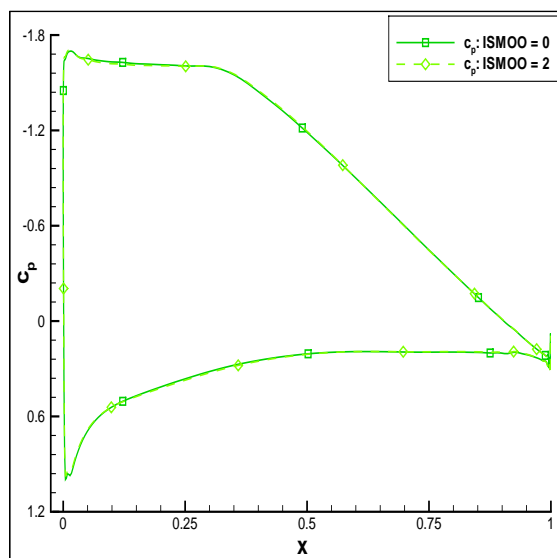
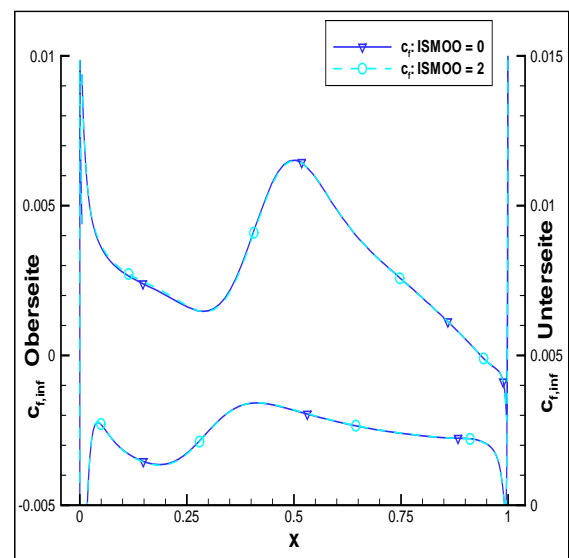
Abb. 262:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5Abb. 263:  $c_{t,inf}$  Transitionsbereich, Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5Abb. 264:  $c_p$ , Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5Abb. 265:  $c_{t,inf}$  Transitionsbereich, Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5Abb. 266:  $c_p$ , Wilcox  $k-\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5Abb. 267:  $c_{t,inf}$  Transitionsbereich, Wilcox  $k-\omega$ , alle Variationen von ZETA, CFL = 7,5

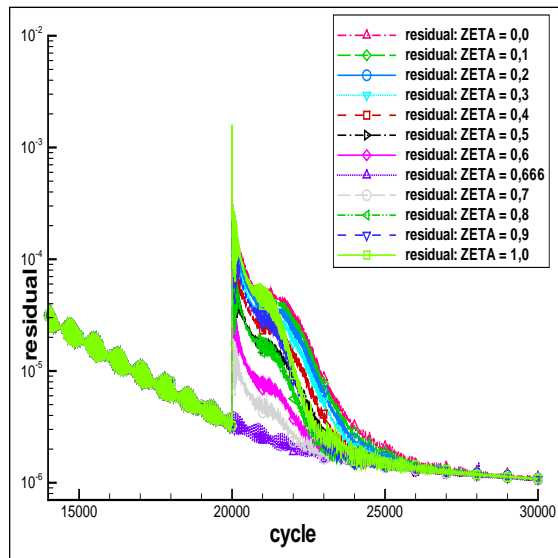
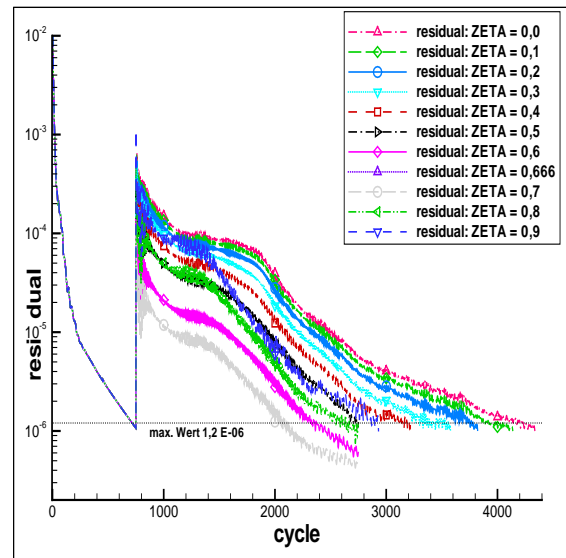
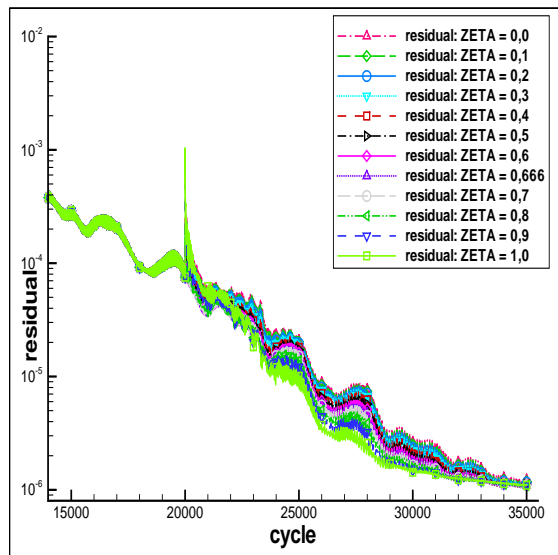
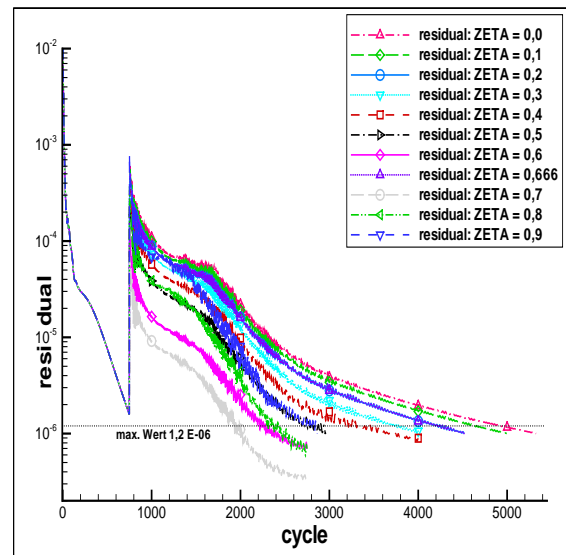
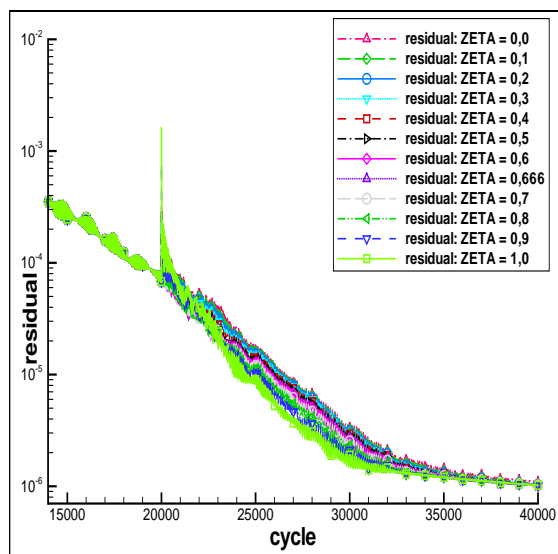
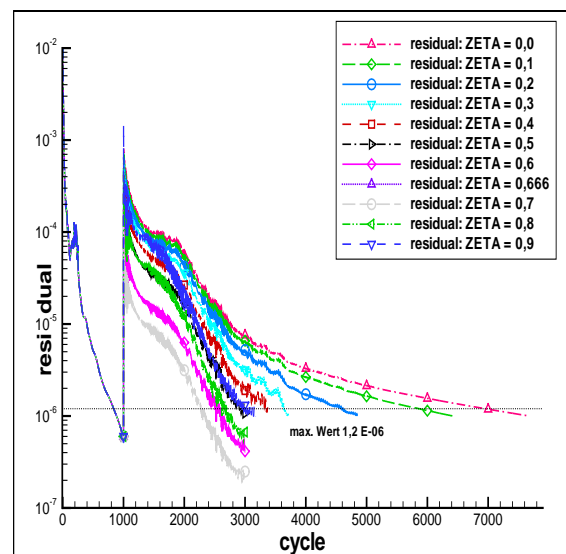
Abb. 268:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, CFL = 7,5Abb. 269:  $c_{r,inf}$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,4, CFL = 7,5Abb. 270:  $c_{r,inf}$ , Spalart-Allmaras, ZETA = 0,4, CFL = 7,5Abb. 271:  $c_{r,inf}$ , Wilcox k- $\omega$ , ZETA = 0,4, CFL = 7,5Abb. 272:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,0, CFL = 7,5Abb. 273:  $c_{r,inf}$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,0, CFL = 7,5



Abb. 274:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,1, CFL = 7,5Abb. 275:  $c_{t,inf}$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,1, CFL = 7,5Abb. 276:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,2, CFL = 7,5Abb. 277:  $c_{t,inf}$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,2, CFL = 7,5Abb. 278:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,3, CFL = 7,5Abb. 279:  $c_{t,inf}$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,3, CFL = 7,5

Abb. 280:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,5, CFL = 7,5Abb. 281:  $c_{t,inf}$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,5, CFL = 7,5Abb. 282:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,6, CFL = 7,5Abb. 283:  $c_{t,inf}$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,6, CFL = 7,5Abb. 284:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,7, CFL = 7,5Abb. 285:  $c_{t,inf}$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,7, CFL = 7,5

Abb. 286:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,8, CFL = 7,5Abb. 287:  $c_{t,inf}$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,8, CFL = 7,5Abb. 288:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,9, CFL = 7,5Abb. 289:  $c_{t,inf}$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 0,9, CFL = 7,5Abb. 290:  $c_p$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 1,0, CFL = 7,5Abb. 291:  $c_{t,inf}$ , Baldwin-Lomax, ZETA = 1,0, CFL = 7,5

Abb. 292:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA, ISMOO = 0Abb. 295:  $\rho$ -Residuen, Baldwin-Lomax, alle Variationen von ZETA, ISMOO = 2Abb. 293:  $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, ISMOO = 0Abb. 296:  $\rho$ -Residuen, Spalart-Allmaras, alle Variationen von ZETA, ISMOO = 2Abb. 294:  $\rho$ -Residuen, Wilcox  $k-\omega$ , alle Variationen von ZETA, ISMOO = 0Abb. 297:  $\rho$ -Residuen, Wilcox  $k-\omega$ , alle Variationen von ZETA, ISMOO = 2

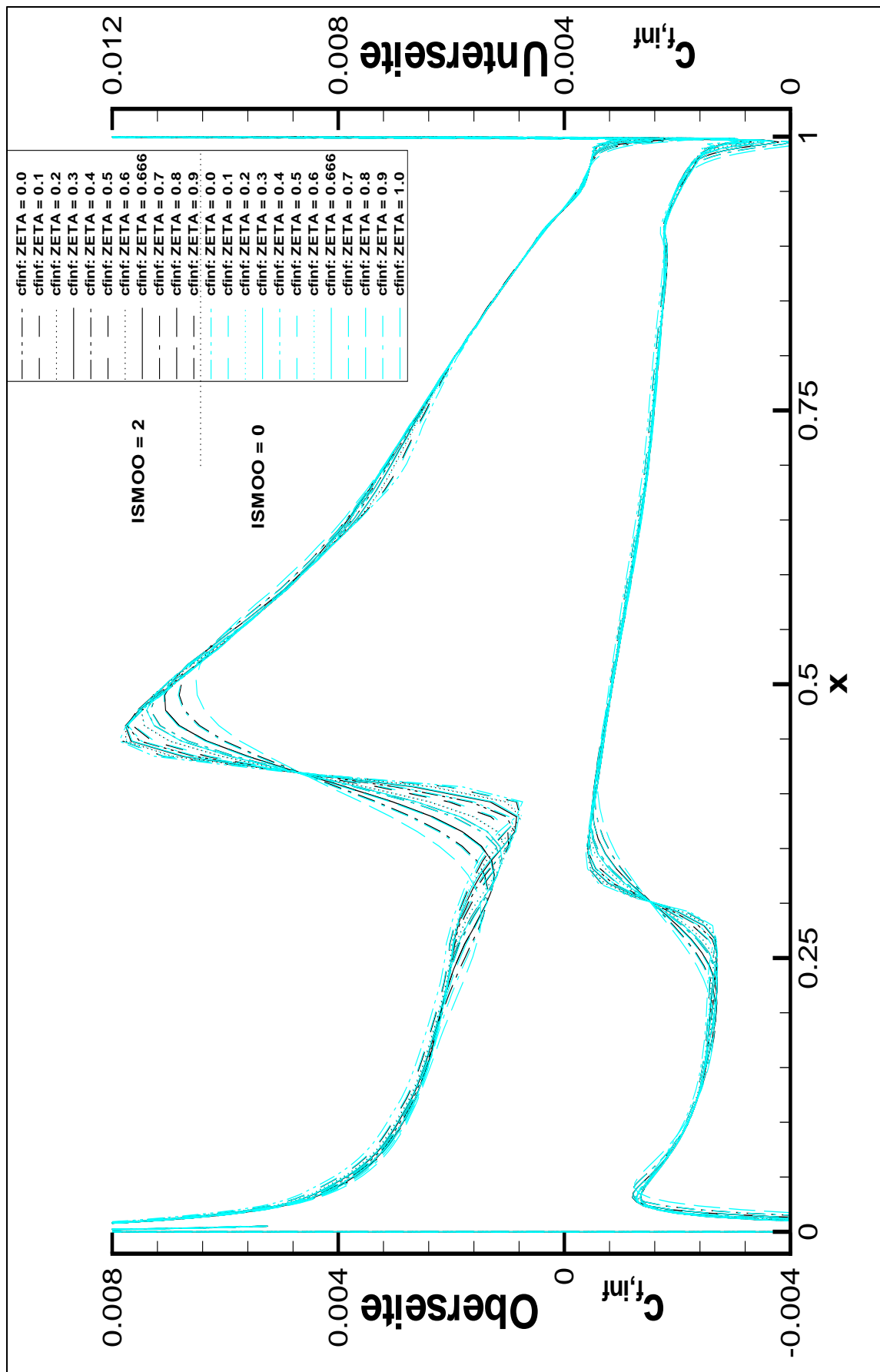
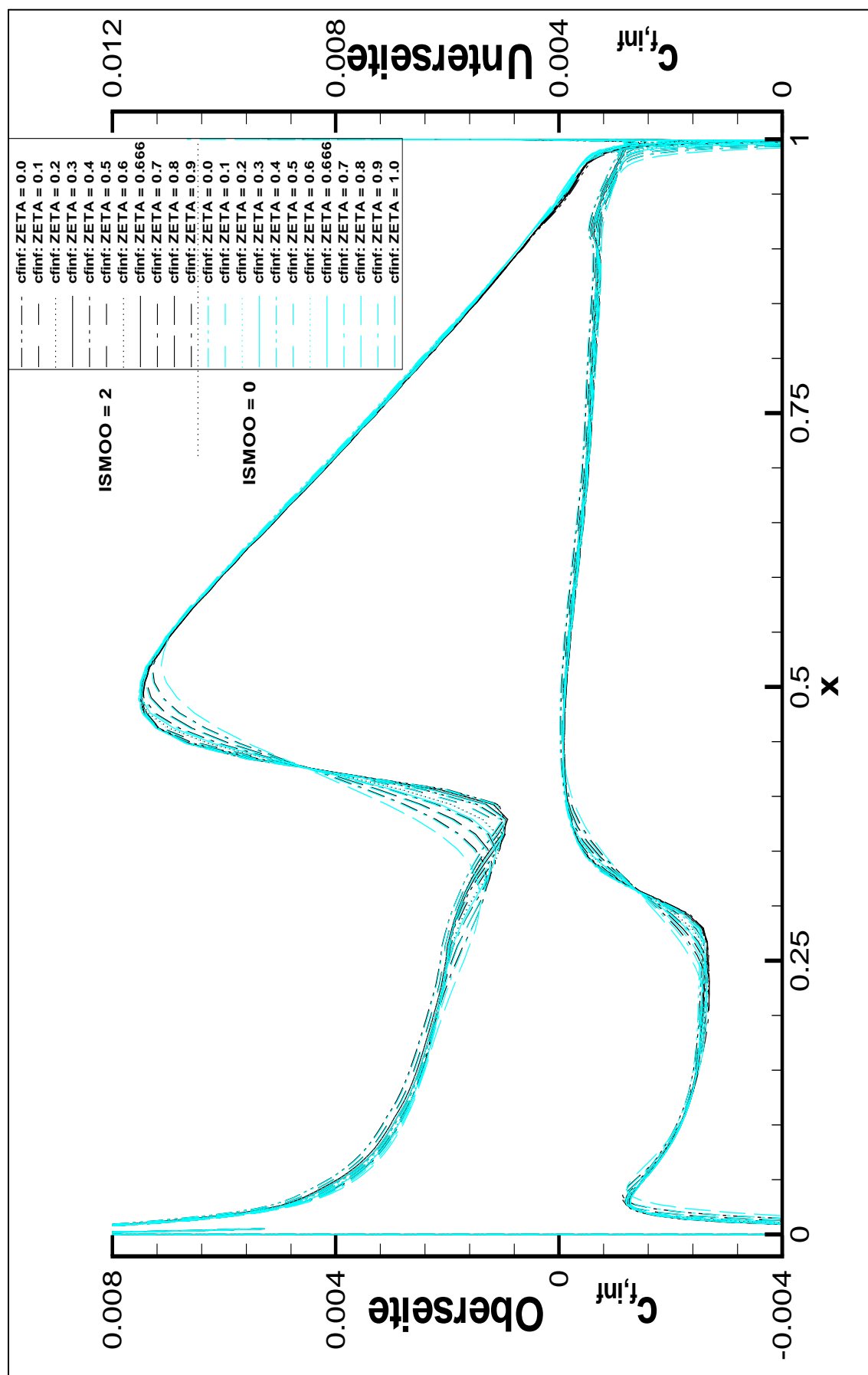


Abbildung 298:  $c_f$  Verteilungen, Baldwin-Lomax, Vergleich von ISMOO = 0 mit ISMOO = 2

Abbildung 299:  $c_t$ -Verteilungen, Spalart-Allmaras, Vergleich von ISMOO = 0 mit ISMOO = 2

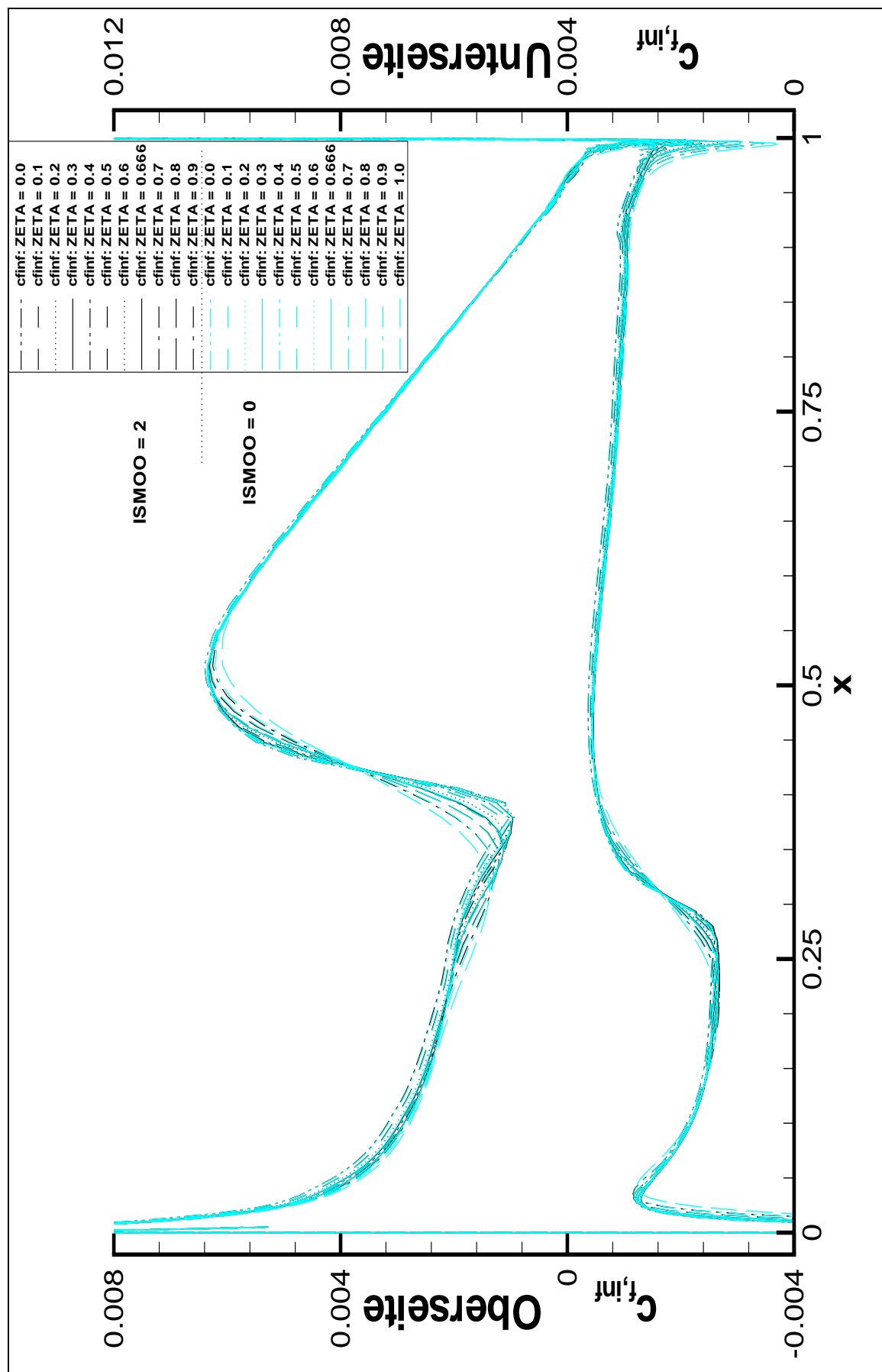


Abbildung 300: cf- Verteilungen, Wilcox  $k-\omega$ , Vergleich von ISMOO = 0 mit ISMOO = 2

# Zur Diskretisierung der strömungsmechanischen Grundgleichungen im FLOWer-Code

## 1 Grundgleichungen

### 1.1 Navier-Stokes-Gleichungen

Die Formulierung

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \underline{w} dV + \int_{S(V)} \underline{F} \cdot \underline{n} dS = \underline{0} \quad (1)$$

stellt eine im Bereich CFD übliche Notation der Navier-Stokes-Gleichungen dar, wobei  $V$  ein beliebig geformtes raumfestes Kontrollvolumen und  $S(V)$  dessen Oberfläche bedeuten und das Tupel der konservativen Variablen  $\underline{w}$ , der Vektor der äußeren Flächennormalen  $\underline{n}$  und das Flußdichtektortupel  $\underline{F}$  für zweidimensionale Probleme in kartesischen Koordinaten folgende Form annehmen,

$$\underline{w} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho E]^T = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\underline{n} = [n_x, n_y] \quad \underline{e}_k = [n_x, n_y] [\underline{e}_x, \underline{e}_y]^T = [n_x, n_y] \begin{bmatrix} \underline{e}_x \\ \underline{e}_y \end{bmatrix} = n_x \underline{e}_x + n_y \underline{e}_y, \quad (3)$$

$$\underline{F} = \underline{F}^k - \underline{F}^v = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v v + p \underline{e}_k \\ (\rho E + p) v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{S} \cdot \underline{e}_k \\ \underline{S} \cdot v - q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v + p \underline{e}_x \\ \rho v v + p \underline{e}_y \\ \rho E v + p v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{S} \cdot \underline{e}_x \\ \underline{S} \cdot \underline{e}_y \\ \underline{S} \cdot v - q \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$= \left( \begin{bmatrix} F_{\rho,x}^k & F_{\rho,y}^k \\ F_{u,x}^k & F_{u,y}^k \\ F_{v,x}^k & F_{v,y}^k \\ F_{E,x}^k & F_{E,y}^k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F_{\rho,x}^v & F_{\rho,y}^v \\ F_{u,x}^v & F_{u,y}^v \\ F_{v,x}^v & F_{v,y}^v \\ F_{E,x}^v & F_{E,y}^v \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \underline{e}_x \\ \underline{e}_y \end{bmatrix} = (\underline{F}_x^k - \underline{F}_x^v, \underline{F}_y^k - \underline{F}_y^v) \underline{e}_k = (\underline{\underline{F}}^k - \underline{\underline{F}}^v) \underline{e}_k$$

$$= \begin{bmatrix} F_{\rho,x} & F_{\rho,y} \\ F_{u,x} & F_{u,y} \\ F_{v,x} & F_{v,y} \\ F_{E,x} & F_{E,y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{e}_x \\ \underline{e}_y \end{bmatrix} = (\underline{F}_x, \underline{F}_y) \underline{e}_k = \underline{\underline{F}} \underline{e}_k \quad (6)$$



Es sind hierin  $\rho$  die Dichte,  $u$  und  $v$  die Vektor-Koeffizienten des Geschwindigkeitsvektors  $\mathbf{v} = [u, v] \mathbf{e}_k$ ,  $E$  die spezifische Totalenergie mit  $E = e + \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$ , wobei  $e$  die spezifische innere Energie bedeutet,  $p$  der Fluiddruck,  $\mathbf{q}$  der Wärmeflußvektor, der unter Berücksichtigung des Fourierschen Wärmeleitungsgesetzes mit der Temperatur  $T$ , dem Wärmeleitkoeffizienten  $K$  und dem Nabla-Operator  $\nabla$ , der in diesem Fall durch  $\nabla = \underline{\nabla}^T \mathbf{e}_k = [\partial/\partial x, \partial/\partial y] \mathbf{e}_k$  dargestellt werden kann, die Form

$$\mathbf{q} = -K \nabla T \quad (7)$$

erhält, und  $\mathbf{S}$  der Tensor der Reibungsspannungen, der sich gemäß des Newtonschen Materialgesetzes mit der Viskosität  $\mu$  allgemein durch

$$\mathbf{S} = 2\mu \left( \frac{1}{2} (\nabla \circ \mathbf{v} + \mathbf{v} \circ \nabla) - \frac{1}{3} \nabla \cdot \mathbf{v} \mathbf{E} \right) \quad (8)$$

-  $\mathbf{E}$  ist der Einheitstensor - und dessen Koeffizientenmatrix sich zweidimensional und kartesisch durch

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\mathbf{S}}} &= \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} = 2\mu \left( \frac{1}{2} (\underline{\nabla} \underline{\mathbf{v}}^T + \underline{\mathbf{v}} \underline{\nabla}^T) - \frac{1}{3} \underline{\nabla}^T \underline{\mathbf{v}} \underline{\underline{\mathbf{E}}} \right) \\ &= 2\mu \left( \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} - \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \right) \quad (9) \end{aligned}$$

darstellt. Das Formelzeichen ' $\cdot$ ' stellt dabei das Skalarprodukt, das Formelzeichen ' $\circ$ ' das dyadische Produkt dar. Es sind damit die Bilanzgleichungen für Masse, Impuls und innere Energie eines Newtonschen Fluids in Integralform dargestellt, wobei spezifische Massenkräfte wie z.B. Gravitation auf der rechten Seite der Gleichung vernachlässigt wurden.

## 1.2 Perfektes Gas

Für perfekte Gase stehen desweiteren mit dem Verhältnis der spezifischen Wärmen  $\kappa$  die thermische Zustandsgleichung

$$p = (\kappa - 1) \rho (E - \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}), \quad (10)$$

mit der speziellen Gaskonstanten  $R$ , die kalorische Zustandsgleichung

$$T = p/(\rho R) \quad (11)$$

und das Sutherlandgesetz als Viskositäts-Temperatur-Beziehung,

$$\mu(T) = \mu_0 (T/T_0)^{3/2} (T_0/T_S)/(T/T_S), \quad (12)$$

zur Verfügung. Bei einer Bezugstemperatur von  $T_0 = 273 \text{ K}$  wird für Luft die Sutherlandkonstante auf  $T_S = 123.6 \text{ K}$ , die Bezugsviskosität auf  $\mu_0 = 17.17 \cdot 10^{-6} \text{ N s/m}^2$  und das Verhältnis der spezifischen Wärmen auf  $\kappa = 1.4$  gesetzt. Der Wärmeleitkoeffizient ist für Luft gegeben durch die Beziehung

$$K = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{\mu}{0.72}. \quad (13)$$

### 1.3 Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen

Für turbulente Strömungen oder turbulente Strömungsgebiete wird  $\mu$  durch  $\mu_g = \mu + \mu_t$  ersetzt und für  $K$  die Formel

$$K = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left( \frac{\mu}{0.72} + \frac{\mu_t}{0.9} \right) \quad (14)$$

angewendet.  $\mu_t$  ist hierbei die turbulente Viskosität, auch Wirbelviskosität genannt, die durch ein Turbulenzmodell bereitgestellt werden muß, womit die Navier-Stokes-Gleichungen in die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen übergehen. Der Tensor der Reibungsspannungen wird dann i.a. dem Turbulenzmodell entsprechend angepaßt, z.B. durch

$$\mathbf{S} = 2\mu \left( \frac{1}{2} (\nabla \circ \mathbf{v} + \mathbf{v} \circ \nabla) - \frac{1}{3} \nabla \cdot \mathbf{v} \mathbf{E} \right) - \frac{2}{3} \rho k \mathbf{E}, \quad (15)$$

mit der turbulenten kinetischen Energie  $k$ , wobei alle in den Gleichungen vorkommenden, zu berechnenden physikalischen Größen den Charakter zeitlich gemittelter Größen im Sinne der Reynolds-Mittelung haben.

Das Tupel der konservativen Variablen  $\underline{w}$  wird im Falle der Anwendung eines Transportgleichungs-Turbulenzmodells zu

$$\underline{w} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho E, \rho t_1, \dots, \rho t_n]^T, \quad (16)$$

und die Bilanzgleichungen um den turbulenten Quellterm mittels des Quellterm-tupels  $\underline{T} = [0, 0, 0, 0, T_1, \dots, T_n]^T$  erweitert,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \underline{w} dV + \int_{S(V)} \underline{F} \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \underline{T} dV, \quad (17)$$

und zwar um  $n$  Terme, wenn das Turbulenzmodell  $n$  zusätzliche Transportgleichungen liefert.

## 2 Diskretisierung der Grundgleichungen

### 2.1 Diskretisierung des Strömungsgebiets - Finite-Volumen-Methode

Die Bilanzgleichungen in Integralform - im weiteren wird ohne Einschränkung der Allgemeinheit lediglich auf die Version ohne Turbulenzterme bezuggenommen - werden nun basierend auf einer Finite-Volumen-Methode räumlich diskretisiert. Dabei wird der Raumausschnitt, in dem die Strömung betrachtet wird, in eine endliche Menge überlappungsfreier Vierecke, sogenannte Zellen, aufgeteilt, die jede für sich ein eigenes Kontrollvolumen – im zweidimensionalen eine Kontrollfläche - darstellen. Die Bilanzgleichungen werden dann für jede Zelle notiert, wobei die einzelne Zelle und das dazugehörige Set von Bilanzgleichungen durch das Index-Tupel  $[i, j]$  identifizierbar ist. Dabei gibt der erste Index den Verlauf der Zellen um die Kontur der Konfiguration herum an, der zweite Index den Verlauf der Zellen senkrecht zur Kontur. Auch die Netzknoten selbst sind durch Index-Tupel identifizierbar, wobei die Durchlaufrichtungen der Netzknoten auf den Rechnernetzlinien denen der Zellen entsprechen. Eine Zelle  $[i, j]$  wird durch die Netzknoten  $(i, j)$ ,  $(i+1, j)$ ,  $(i, j+1)$ , und  $(i+1, j+1)$  definiert, wobei der Netzknoten  $(i, j)$  mit Bezugnahme auf die den Indizes zugeordneten Durchlaufrichtungen die linke, untere Ecke der Netzzelle  $[i, j]$  angibt. Die Zellflächen – im zweidimensionalen Zell-Seitenkanten - werden in der folgenden Weise gekennzeichnet, wobei der Index  $(\ell)$ ,  $\ell = i, j$ , angibt, daß der auf der Zell-Seitenkante senkrecht stehende Oberflächennormalenvektor in die Index-Richtung  $(\ell)$  zeigt bzw. daß ebendieser Vektor auf einer  $\ell$ -Linie senkrecht steht:

Kante K zwischen den Punkten  $(i, j)$  und  $(i+1, j)$ :  $[K]_{i,j}^{(j)}$

Kante K zwischen den Punkten  $(i, j)$  und  $(i, j+1)$ :  $[K]_{i,j}^{(i)}$

Kante K zwischen den Punkten  $(i+1, j)$  und  $(i+1, j+1)$ :  $[K]_{i+1,j}^{(i)}$

Kante K zwischen den Punkten  $(i, j+1)$  und  $(i+1, j+1)$ :  $[K]_{i,j+1}^{(j)}$

Man gelangt zur folgenden Darstellung der Bilanzgleichungen für eine Zelle  $[i, j]$  in Form einer nunmehr gewöhnlichen Differentialgleichung,

$$\frac{dw_{i,j}}{dt} = - \frac{R_{i,j}}{V_{i,j}}, \quad i = 1, 2, \dots, N_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_j, \quad (18)$$

mit dem Zellvolumen  $V_{i,j}$ , das im 2-dimensionalen eine Fläche ist, und dem sogenannten Residuum  $R_{i,j} = \underline{R}_{i,j}^k - \underline{R}_{i,j}^v$ . Die natürlichen Zahlen  $N_i$  und  $N_j$  geben jeweils die Anzahl von Zellen in  $i$ -Richtung und  $j$ -Richtung an.

### 2.2 Diskretisierung der konvektiven Terme

Im FLOWer-Code wird ein Zell-Eckpunkt-Schema unter Verwendung zentraler Differenzen zur Approximation des Residuums angewendet, das für den konvektiven Anteil des Residuums  $\underline{R}_{i,j}^k = 1/N_v \tilde{\underline{R}}_{i,j}^k$  durch Aufstellen einer diskreten Flußbilanz über die einen Netzknoten  $(i, j)$  umschließenden Netzzellen zunächst zu

$$\tilde{\underline{R}}_{i,j}^k = \underline{G}_{i,j} + \underline{G}_{i-1,j} + \underline{G}_{i,j-1} + \underline{G}_{i-1,j-1} \quad (19)$$

und unter Berücksichtigung des Anteils einer einzelnen Netzzelle, hier notiert für das Beispiel der Netzzelle  $[i, j]$  und deren Anteil  $\underline{G}_{i,j}$ ,

$$\underline{G}_{i,j} = \underline{g}_{i+1,j}^{(i)} + \underline{g}_{i,j}^{(i)} + \underline{g}_{i,j+1}^{(j)} + \underline{g}_{i,j}^{(j)}, \quad (20)$$

wobei die  $\underline{g}_{\mu,v}^{(\ell)}$  die konvektiven Flüsse über die jeweiligen Zell-Seitenkanten bedeuten, zu

$$\begin{aligned} \tilde{\underline{R}}_{i,j}^k = \sum_{\lambda=1}^2 \sum_{\mu=0}^1 \left[ [\underline{Sn}]_{i+(-1)^\lambda, j-1+\mu}^{(i)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} \sum_{v=0}^1 \underline{w}_{i+(-1)^\lambda, j-1+\mu+v} \right) \right. \\ \left. + [\underline{Sn}]_{i-1+\mu, j+(-1)^\lambda}^{(j)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} \sum_{v=0}^1 \underline{w}_{i-1+\mu+v, j+(-1)^\lambda} \right) \right] \end{aligned} \quad (21)$$

bzw.

$$\begin{aligned} \tilde{\underline{R}}_{i,j}^k = [\underline{Sn}]_{i+1,j}^{(i)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i+1,j} + \underline{w}_{i+1,j+1}) \right) + [\underline{Sn}]_{i+1,j-1}^{(i)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i+1,j-1} + \underline{w}_{i+1,j}) \right) + \\ [\underline{Sn}]_{i-1,j}^{(i)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i-1,j} + \underline{w}_{i-1,j+1}) \right) + [\underline{Sn}]_{i-1,j-1}^{(i)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i-1,j-1} + \underline{w}_{i-1,j}) \right) + \\ [\underline{Sn}]_{i,j+1}^{(j)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i,j+1} + \underline{w}_{i+1,j+1}) \right) + [\underline{Sn}]_{i-1,j+1}^{(j)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i-1,j+1} + \underline{w}_{i,j+1}) \right) + \\ [\underline{Sn}]_{i,j-1}^{(j)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i,j-1} + \underline{w}_{i+1,j-1}) \right) + [\underline{Sn}]_{i-1,j-1}^{(j)} \cdot \underline{F}^k \left( \frac{1}{2} (\underline{w}_{i-1,j-1} + \underline{w}_{i,j-1}) \right) \end{aligned}$$

führt, wobei sich die Indizes am Tupel der konservativen Variablen im konvektiven Flußdichtevektortupel auf Netzknoten beziehen, die Indizes  $\mu$  und  $v$  am nach außen gerichteten Oberflächenvektor  $[\underline{Sn}]_{\mu,v}^{(\ell)}$  sich auf die Zellflächen der Zelle  $[\mu, v]$  beziehen und der Index  $(\ell)$  angibt, daß, wie oben geschildert,  $[\underline{Sn}]_{\mu,v}^{(\ell)}$  in  $\ell$ -Richtung weist.

Die Ausführung der darin auftretenden Skalarprodukte zwischen Oberflächenvektor und gemittelten Geschwindigkeitsvektoren wird, hier am Beispiel  $[\underline{Sn}]_{i+1,j}^{(i)} \cdot \frac{1}{2} (\underline{v}_{i+1,j} + \underline{v}_{i+1,j+1})$ , gemäß

$$[\underline{Sn}]_{i+1,j}^{(i)} \cdot \frac{1}{2} (\underline{v}_{i+1,j} + \underline{v}_{i+1,j+1}) = [\underline{Sn}^T]_{i+1,j}^{(i)} \frac{(\rho v)_{i+1,j} + (\rho v)_{i+1,j+1}}{\rho_{i+1,j} + \rho_{i+1,j+1}} \quad (23)$$

ausgeführt.

Das zu dieser Art der Approximation von  $\tilde{\underline{R}}_{i,j}^k$  gehörige Zellvolumen  $V_{i,j}^k$  ist das einer um den Netzknoten  $(i, j)$  gelegenen, sogenannten Super-Zelle, die aus den Netzzellen  $[i-1, j-1]$ ,  $[i, j-1]$ ,  $[i-1, j]$  und  $[i, j]$  gebildet wird, wobei diese Elementarzellen alle den Netzknoten  $(i, j)$  als gemeinsamen Eckpunkt haben, und deren Einzelvolumina den Wert von  $V_{i,j}^k$  durch Summenbildung festlegen.  $\tilde{\underline{R}}_{i,j}^k$  selbst ist das Residuum des konvektiven Flusses in der Super-Zelle. Auf diese Weise kann das in der Super-Zelle herrschende Strömungsgeschehen dem Netzknoten  $(i, j)$  zugeordnet werden, was charakteristisch für Zell-Eckpunkt-Schemata ist.

Da bei der Diskretisierung des viskosen Teils des Flußdichtevektortupels, bei dem eine weniger komplexe Art der Approximation auf Basis einer Hilfszelle um den Netzknoten  $(i, j)$  verwendet wird,

die im Vergleich zur Super-Zelle ein anderes Zellvolumen  $V_{i,j}^v$  besitzt, wird auch der konvektive Fluß einem Volumen um den Netzkpunkt (i, j), das dem Volumen  $V_{i,j}^v$  möglichst nahe kommt, zugeordnet. Es wird dafür das arithmetische Mittel  $\bar{V}_{i,j}$  der zu  $V_{i,j}^k$  beitragenden Volumina der Elementarzellen verwendet. Mit der Anzahl  $N_v$  der Elementarzellen, die die Super-Zelle bilden, gilt

$$\bar{V}_{i,j} = \frac{1}{N_v} \sum_{v=1}^{N_v} V_v. \quad (24)$$

Da man  $\tilde{\underline{R}}_{i,j}^k$  als Summe der konvektiven Flüsse in den  $N_v$  Elementarzellen der Super-Zelle identifizieren kann,

$$\tilde{\underline{R}}_{i,j}^k = \sum_{v=1}^{N_v} \underline{R}_v^k, \quad (25)$$

gelangt man zu  $\underline{R}_{i,j}^k = 1/N_v \tilde{\underline{R}}_{i,j}^k$ . Damit trägt jede Elementarzelle  $v$  mit dem Anteil  $1/N_v \underline{R}_v^k$ ,  $v = 1, \dots, N_v$ , zum konvektiven Fluß in einer gedachten Zelle um den Netzkpunkt (i, j) mit dem Volumen  $\bar{V}_{i,j}$  bei. Im zweidimensionalen ist  $N_v = 4$ .

## 2.3 Künstliche Dissipation

### 2.3.1 Dissipative Terme

Da ein zentrales Diskretisierungsschema hochfrequente Oszillationen während des Lösungsprozesses nur sehr schlecht oder überhaupt nicht dämpft und damit zu einem instabilen Lösungsschema führt, werden künstliche Dissipationsterme  $\underline{D}_{i,j}$  zur Stabilisierung eingeführt,

$$\frac{d\underline{w}_{i,j}}{dt} = - \frac{\underline{R}_{i,j}^k - \underline{R}_{i,j}^v - \underline{D}_{i,j}}{\bar{V}_{i,j}}, \quad i = 1, 2, \dots, N_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_j, \quad (26)$$

wobei der dissipative Operator  $\underline{D}_{i,j}$ ,

$$\underline{D}_{i,j} = \underline{d}_{i+\frac{1}{2},j}^{(i)} - \underline{d}_{i-\frac{1}{2},j}^{(i)} + \underline{d}_{i,j+\frac{1}{2}}^{(j)} - \underline{d}_{i,j-\frac{1}{2}}^{(j)}, \quad (27)$$

mit  $\underline{d}_{i+\frac{1}{2},j}^{(i)}$  als Beispielterm,

$$\underline{d}_{i+\frac{1}{2},j}^{(i)} = \tilde{\epsilon}_{i+\frac{1}{2},j}^{(2),(i)} \Delta_{i+\frac{1}{2},j}^{vl(i)}(\underline{w}) - \tilde{\epsilon}_{i+\frac{1}{2},j}^{(4),(i)} \Delta_{i+\frac{1}{2},j}^{vl(i)} \Delta_{i+\frac{1}{2},j}^{rl(i)} \Delta_{i+\frac{1}{2},j}^{vl(i)}(\underline{w}) \quad (28)$$

$$= \tilde{\epsilon}_{i+\frac{1}{2},j}^{(2),(i)} (\underline{w}_{i+1,j} - \underline{w}_{i,j}) - \tilde{\epsilon}_{i+\frac{1}{2},j}^{(4),(i)} (\underline{w}_{i+2,j} - 3\underline{w}_{i+1,j} + 3\underline{w}_{i,j} - \underline{w}_{i-1,j}), \quad (29)$$

im wesentlichen durch eine Mischung aus 2. und 4. Differenzen der konservativen Variablen  $\underline{w}_{i,j}$  gebildet wird, die sich im praktischen Einsatz solcher Verfahren bewährt hat. Um ebendiese 2. und 4. Differenzen auf die oben beschriebene Weise zu erzeugen, müssen einige der den dissipativen Operator  $\underline{D}_{i,j}$  bildenden Terme mit negativem Rechenzeichen eingehen.

In den Termen befinden sich die adaptiven Koeffizienten  $\tilde{\varepsilon}_{i+\frac{1}{2},j}^{(2),(i)}$  und  $\tilde{\varepsilon}_{i+\frac{1}{2},j}^{(4),(i)}$ , die die künstliche Dissipation am Netzknoten  $(i, j)$  in komplizierter Weise steuern, was im folgenden für den Beispielterm  $\underline{d}_{i+\frac{1}{2},j}^{(i)}$  detailliert erläutert wird.

Ein nicht-ganzer unterer Index  $\mu \pm \frac{1}{2}$ ,  $\mu = i, j$ , bedeutet in der vorliegenden Notation, daß sich der Punkt, an dem eine Größe gebildet wird, hinsichtlich dieser Index-Richtung irgendwo im Intervall  $[\mu, \mu + \frac{1}{2}]$  bzw.  $[\mu - \frac{1}{2}, \mu]$  befindet, ein oberer Index  $(\ell)$  gibt an, daß Mittelwerte, Differenzen u.ä. am betrachteten Punkt bzgl. der  $(\ell)$ -Richtung gebildet werden müssen oder daß am betrachteten Punkt definierte Flächenvektoren in die  $(\ell)$ -Richtung weisen. Das Symbol  $\Delta_{\mu,v}^{\lambda 1(\ell)}$  bezeichnet eine erste Differenz seines Arguments im Intervall, das durch das untere Indextupel festgelegt ist, in  $(\ell)$ -Richtung mit  $\lambda = v, r$ , womit entweder eine Vorwärts- oder eine Rückwärtsdifferenz festgelegt wird.

Die Koeffizienten  $\tilde{\varepsilon}_{i+\frac{1}{2},j}^{(2),(\ell)}$  und  $\tilde{\varepsilon}_{i+\frac{1}{2},j}^{(4),(\ell)}$ ,  $\ell = i, j$ , werden zunächst durch

$$\tilde{\varepsilon}_{i+\frac{1}{2},j}^{(2),(\ell)} = \alpha_{i+\frac{1}{2},j}^{(\ell)} \varepsilon_{i,j}^{(2),(\ell)} = \frac{1}{2} \left( \alpha_{i,j}^{(\ell)} + \alpha_{i+1,j}^{(\ell)} \right) \varepsilon_{i,j}^{(2),(\ell)} \quad (30)$$

und

$$\tilde{\varepsilon}_{i+\frac{1}{2},j}^{(4),(\ell)} = \alpha_{i+\frac{1}{2},j}^{(\ell)} \varepsilon_{i,j}^{(4),(\ell)} = \frac{1}{2} \left( \alpha_{i,j}^{(\ell)} + \alpha_{i+1,j}^{(\ell)} \right) \varepsilon_{i,j}^{(4),(\ell)} \quad (31)$$

zusammengesetzt, wobei

$$\varepsilon_{i,j}^{(2),(\ell)} = k^{(2)} \max \left( \gamma_{i+2,j}^{(\ell)}, \gamma_{i+1,j}^{(\ell)}, \gamma_{i,j}^{(\ell)}, \gamma_{i-1,j}^{(\ell)} \right), \quad (32)$$

mit

$$\gamma_{i,j}^{(i)} = \frac{|p_{i+1,j} - 2p_{i,j} + p_{i-1,j}|}{|p_{i+1,j} + 2p_{i,j} + p_{i-1,j}|}, \quad \gamma_{i,j}^{(j)} = \frac{|p_{i,j+1} - 2p_{i,j} + p_{i,j-1}|}{|p_{i,j+1} + 2p_{i,j} + p_{i,j-1}|}, \quad (33)$$

und

$$\varepsilon_{i,j}^{(4),(\ell)} = \max \left( 0, k^{(4)} - \varepsilon_{i,j}^{(2),(\ell)} \right) \quad (34)$$

die Dissipation durch das Verhalten des Lösungsprozesses steuern. Die Faktoren  $k^{(2)}$  und  $k^{(4)}$  sind Skalierungsparameter, mit denen der Code-Benutzer die künstliche Dissipation geeignet regulieren kann. Es gilt  $k^{(2)} > k^{(4)}$ . Der Drucksensor  $\gamma_{i,j}^{(\ell)}$ , der im wesentlichen durch eine zweite Differenz der besonders sensitiven Strömungsgröße  $p$  festgelegt wird, ist in Strömungsbereichen mit starken Druckänderungen dominant und schaltet in diesen Bereichen am Punkt  $(i, j)$  den stark dämpfenden, künstlichen Dissipationsterm basierend auf 2. Differenzen ein. Der künstliche Dissipationsterm basierend auf 4. Differenzen ist dort ausgeschaltet. Ist der Drucksensor nicht aktiv, sind die Verhältnisse umgekehrt. Nur der schwach dämpfende Dissipationsterm basierend auf 4. Differenzen ist eingeschaltet.

Die Koeffizienten  $\alpha_{i,j}^{(\ell)}$ ,  $\ell = i, j$ , bestehen – die  $\alpha_{i,j}^{(\ell)}$  mögen als Beispiel genügen, da alle weiteren Koeffizienten analog gebildet werden – jeweils aus einem Produkt zweier Skalierungsfaktoren,

$$\alpha_{i,j}^{(\ell)} = \phi_{i,j}^{(\ell)} \bar{\lambda}_{i,j}^{(\ell)}. \quad (35)$$

Die Skalierungsfaktoren  $\bar{\lambda}_{i,j}^{(\ell)}$ ,  $\ell = i, j$ , werden auf folgende komplizierte Weise gebildet:

In den vier Elementarzellen  $[i-1, j-1]$ ,  $[i, j-1]$ ,  $[i-1, j]$  und  $[i, j]$ , die die Super-Zelle bilden, werden im Bereich der Zell-Zentren vier zell-abhängige Skalierungswerte bestimmt, die dann durch Mittelung den Skalierungsfaktor  $\bar{\lambda}_{i,j}^{(\ell)}$  gemäß

$$\bar{\lambda}_{i,j}^{(\ell)} = \frac{1}{4} \left( \lambda_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{(\ell)} + \lambda_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{(\ell)} + \lambda_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{(\ell)} + \lambda_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{(\ell)} \right), \quad \ell = i, j, \quad (36)$$

ergeben, wobei der Index  $\mu \pm \frac{1}{2}$ ,  $\mu = i, j$ , einen Schritt vom Netzknoten  $(i, j)$  in  $\mu$ -Richtung auf ein Zell-Zentrum einer der vier Elementarzellen bedeutet. Hat man z.B. die Schritte, die durch die Indizes  $i + \frac{1}{2}$  und  $j + \frac{1}{2}$  angegeben werden, ausgeführt, befindet man sich am Zell-Zentrum der Netzzelle  $[i, j]$ . Dort wird nun wie folgt verfahren:

Man bestimmt zunächst den Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{v}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}$  am Zell-Zentrum durch eine geeignete

Mittelwertbildung über die vier Eckpunkte der Elementarzelle, z.B. wie in FLOWer durch

$$\mathbf{v}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = \frac{(\rho\mathbf{v})_{i,j} + (\rho\mathbf{v})_{i,j+1} + (\rho\mathbf{v})_{i+1,j} + (\rho\mathbf{v})_{i+1,j+1}}{\rho_{i,j} + \rho_{i,j+1} + \rho_{i+1,j} + \rho_{i+1,j+1}}. \quad (37)$$

Daraufhin beschafft man sich einen aus beiden Zell-Seitenkantenvektoren bzgl. der Index-Richtung  $(\ell)$  gebildeten, mittleren Flächenvektor im Zell-Zentrum der Netzzelle  $[i, j]$ ,

$$[\mathbf{Sn}]_{i+1/2,j+1/2}^{(i)} = \frac{1}{2} \left( [\mathbf{Sn}]_{i,j}^{(i)} + [\mathbf{Sn}]_{i+1,j}^{(i)} \right), \quad [\mathbf{Sn}]_{i+1/2,j+1/2}^{(j)} = \frac{1}{2} \left( [\mathbf{Sn}]_{i,j}^{(j)} + [\mathbf{Sn}]_{i,j+1}^{(j)} \right), \quad (38)$$

und erhält über

$$\lambda_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{(\ell)} = \left| \mathbf{v}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \cdot [\mathbf{Sn}]_{i+1/2,j+1/2}^{(\ell)} \right| + a_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \left\| [\mathbf{Sn}]_{i+1/2,j+1/2}^{(\ell)} \right\|, \quad \ell = i, j, \quad (39)$$

mit der lokalen Schallgeschwindigkeit  $a_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}$  die Skalierungsfaktoren  $\bar{\lambda}_{i,j}^{(\ell)}$ ,  $\ell = i, j$ .

### 2.3.2 Spektralradien

Die Integralform der Bilanzgleichungen kann gemäß

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \underline{\underline{w}} dV + \int_{S(V)} \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{n}} dS = \int_V \left( \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{w}} + \underline{\underline{\nabla}} \cdot \underline{\underline{F}} \right) dV = \underline{\underline{0}} \quad (40)$$

in die stark konservative Differentialform

$$\frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{w}} + \underline{\underline{\nabla}} \cdot \underline{\underline{F}}(\underline{\underline{w}}) = \underline{\underline{0}} \quad (41)$$

und diese wiederum in die schwach konservative Differentialform

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{w}} + \underline{\underline{\nabla}}^T (\underline{\underline{e}}_k \cdot \underline{\underline{e}}_k^T) \underline{\underline{F}}(\underline{\underline{w}}) &= \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{w}} + \underline{\underline{\nabla}}^T \underline{\underline{E}} \underline{\underline{F}}^T(\underline{\underline{w}}) = \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{w}} + \underline{\underline{\nabla}}^T \underline{\underline{F}}^T(\underline{\underline{w}}) = \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{w}} + \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{w}}} \underline{\underline{F}} ([\underline{\underline{\nabla}}] \underline{\underline{w}}) = \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{w}} + \left[ \frac{\partial \underline{\underline{F}}_x}{\partial \underline{\underline{w}}}, \frac{\partial \underline{\underline{F}}_y}{\partial \underline{\underline{w}}} \right] \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{\underline{w}}}{\partial x} \\ \frac{\partial \underline{\underline{w}}}{\partial y} \end{bmatrix} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{w}} + \frac{\partial \underline{\underline{F}}_x}{\partial \underline{\underline{w}}} \frac{\partial \underline{\underline{w}}}{\partial x} + \frac{\partial \underline{\underline{F}}_y}{\partial \underline{\underline{w}}} \frac{\partial \underline{\underline{w}}}{\partial y} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{w}} + \underline{\underline{A}} \frac{\partial \underline{\underline{w}}}{\partial x} + \underline{\underline{B}} \frac{\partial \underline{\underline{w}}}{\partial y} = \underline{\underline{0}} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{w}} + (\underline{\underline{A}}^k - \underline{\underline{A}}^v) \frac{\partial \underline{\underline{w}}}{\partial x} + (\underline{\underline{B}}^k - \underline{\underline{B}}^v) \frac{\partial \underline{\underline{w}}}{\partial y} = \underline{\underline{0}} \quad (43)$$

überführt werden. Betrachtet man nun die schwach konservative Differentialform der Euler-Gleichungen,

$$\frac{\partial}{\partial t} \underline{\underline{w}} + \underline{\underline{A}}^k \frac{\partial \underline{\underline{w}}}{\partial x} + \underline{\underline{B}}^k \frac{\partial \underline{\underline{w}}}{\partial y} = \underline{\underline{0}}, \quad (44)$$

kann durch Einsetzen der Lösung einer ebenen Welle,

$$\underline{\underline{w}} = \underline{\underline{w}}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad (45)$$

mit dem Ortsvektor  $\mathbf{r} = [r_x, r_y]$   $\underline{\underline{e}}_k$  und dem Wellenvektor  $\mathbf{k} = [k_x, k_y]$   $\underline{\underline{e}}_k$ , in das Differentialgleichungssystem wegen

$$i(k_x \underline{\underline{A}}^k + k_y \underline{\underline{B}}^k - \omega \underline{\underline{E}}) \underline{\underline{w}} = \underline{\underline{0}} \quad (46)$$

und

$$\det \left( n_x \underline{\underline{A}}^k + n_y \underline{\underline{B}}^k - \frac{\omega}{\|\mathbf{k}\|} \underline{\underline{E}} \right) = \det \underline{\underline{C}} = 0 \quad (47)$$

der hyperbolische Charakter des Systems nachgewiesen werden, da sich als Eigenwerte  $\lambda_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , der Matrix  $\underline{\underline{C}}$  die Werte

$$\lambda_1 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} + a, \quad \lambda_2 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} - a, \quad \lambda_3 = \lambda_4 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}, \quad (48)$$



bestimmen lassen. Es fallen auf diese Weise die  $\lambda_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{(\ell)}$  als Spektralradien der Matrix  $\underline{\underline{C}}$  unter Berücksichtigung der durch den in  $(\ell)$ -Richtung weisenden, mittleren Flächenvektor  $[\mathbf{Sn}]_{i+1/2,j+1/2}^{(\ell)}$  durch das Zell-Zentrum der Netzzelle  $[i, j]$  multipliziert mit der dazugehörigen Fläche  $[\mathbf{S}]_{i+1/2,j+1/2}^{(\ell)}$  im Zell-Zentrum der Netzzelle  $[i, j]$  an. Die auf diese Weise bestimmtem Spektralradien gehören damit zur einer Matrix  $\underline{\underline{C}}$ , zu deren Aufstellung die räumliche Ableitung des Flußvektortupels  $\mathbf{F}(\mathbf{w})$  nicht in Richtung der kartesischen Koordinaten  $x$  und  $y$ , sondern in Richtung krummliniger Koordinaten  $\zeta$  und  $\eta$  durchgeführt wurde, deren approximierter Verlauf ja gerade durch die Indizes  $i$  und  $j$  als diskrete Auswahl von Punkten aus dem krummlinigen Koordinatennetz gegeben ist.

### 2.3.4 Zell-Seitenverhältnis

Die Skalierungsfaktoren  $\phi_{i,j}^{(\ell)}$ ,  $\ell = i, j$ , erfassen das Zell-Seitenverhältnis einer Netzzelle durch

$$\phi_{i,j}^{(i)} = 1 + \left( \frac{\overline{\lambda}_{i,j}^{(j)}}{\overline{\lambda}_{i,j}^{(i)}} \right)^{\zeta}, \quad \phi_{i,j}^{(j)} = 1 + \left( \frac{\overline{\lambda}_{i,j}^{(i)}}{\overline{\lambda}_{i,j}^{(j)}} \right)^{\zeta}. \quad (49)$$

Die Art der Produktbildung in den Koeffizienten  $\alpha_{i,j}^{(\ell)}$ ,  $\ell = i, j$ , gewährleistet einen immer ausreichend hohen Betrag künstlicher Dissipation in die jeweilige Index-Richtung  $(\ell)$  sowie eine Anpassung der Dissipation in Fällen stark gestreckter Netzzellen, bei denen die künstliche Dissipation in die unterschiedlichen Richtungen unterschiedlich stark gewichtet werden soll. Hierin ist  $\zeta$  ein weiterer Steuerungsparameter für den Code-Benutzer.

Eine Analyse des Skalierungsterms  $\frac{1}{2} \left( \alpha_{i,j}^{(\ell)} + \alpha_{i+1,j}^{(\ell)} \right)$  läßt erkennen, daß die in ihm enthaltenen Flächenbeiträge die Flächen-Seitenkante einer gedachten Zelle um den Netzpunkt  $(i, j)$  herum ergeben. Dieser gedachten Zelle wird approximativ wiederum das Volumen  $\overline{V}_{i,j}$  zugeordnet.

## 2.4 Diskretisierung der viskosen Terme

Zur Diskretisierung des viskosen Teils des Flußdichtevektortupels kommt eine höchst komplizierte Vorgehensweise zur Approximation der Terme zur Anwendung, die hier gemäß der Codierung im FLOWer-Code dargestellt wird, um am Ende die Darstellung der viskosen Flüsse, wie sie in FLOWer zur Anwendung kommen, aufzufinden.

### 2.4.1 Hilfszelle

Der viskose Fluß, der einem Netzknoten  $(i, j)$  zugeordnet wird, wird wiederum auf Basis einer Hilfszelle ermittelt, die allerdings weder mit der gedachten Zelle für die dissipativen Flüsse noch mit derjenigen für die konvektiven Flüsse, die ja aus der Super-Zelle, gebildet durch die Netzzellen  $[i, j]$ ,  $[i-1, j]$ ,  $[i, j-1]$  und  $[i-1, j-1]$ , abgeleitet wird, übereinstimmt. Zur ihrer Konstruktion und zur Berechnung des in ihr herrschenden viskosen Flusses sei hier lediglich diejenige Seitenkante betrachtet, die sich zwischen den Netzknoten  $(i-1, j)$  und  $(i, j)$  befindet und deren Position hier mit  $(i-1/2, j)$  bezeichnet sei. Der durch diese Seitenkante hindurchtretende viskose Fluß wird approximiert unter Verwendung einer weiteren Hilfszelle, deren Seitenkanten durch die Punkte  $(i, j)$  und  $(i-1, j)$  als Begrenzungen bzgl. der  $i$ -Richtung und näherungsweise durch die Zell-Zentren der Netzzellen  $[i-1, j]$  und  $[i-1, j-1]$  als Begrenzungen bzgl. der  $j$ -Richtung verlaufen. Die Zell-Zentren der Zellen  $[i-1, j]$  und  $[i-1, j-1]$  seien hier wieder mit  $(i-1/2, j+1/2)$  und  $(i-1/2, j-1/2)$  bezeichnet. Das Volumen dieser weiteren Hilfszelle sei  $V_{i-1/2, j}^h$  und ihre Seitenkantenvektoren  $[\mathbf{Sn}]_{\text{rechts}}^{h,(i)}$ ,  $[\mathbf{Sn}]_{\text{links}}^{h,(i)}$ ,  $[\mathbf{Sn}]_{\text{oben}}^{h,(j)}$  und  $[\mathbf{Sn}]_{\text{unten}}^{h,(j)}$ .

### 2.4.2 Approximation der ersten Ableitungen

Es kann nun die erste Ableitung einer Strömungsgröße, so wie sie für den viskosen Teil des Flußdichtevektortupels benötigt wird, gemäß des Gaußschen Satzes

$$\int_V \nabla \phi \, dV = \int_{S(V)} \phi \, \mathbf{n} \, dS \quad (50)$$

und dessen diskreter Approximation

$$\nabla \phi_{i,j} \approx \frac{\sum_v [\phi \, \mathbf{S} \, \mathbf{n}]_v^{i,j}}{V_{i,j}} \quad (51)$$

für ein beliebiges Kontrollvolumen  $[i, j]$  angegeben werden. Unter Inbetrachtung krummliniger Koordinaten  $\zeta$  und  $\eta$ , mit  $\underline{q} = [\zeta, \eta]^T$ , muß  $\nabla \phi$  gemäß

$$\nabla \phi = \left( \frac{\partial \phi}{\partial \underline{q}} \right)^T \cdot \nabla \underline{q} \quad (52)$$

bestimmt werden, wobei in FLOWer zur Bestimmung von  $\frac{\partial \phi}{\partial \underline{q}}$  zentrale Finite Differenzen und für  $\nabla \underline{q}$

der Gaußsche Satz angewendet werden. Man erhält so für die weitere Hilfszelle zunächst

$$\nabla \underline{q}_{i-1/2, j}^h \approx \frac{[\underline{q} \mathbf{Sn}]_{\text{rechts}}^{h,(i)} + [\underline{q} \mathbf{Sn}]_{\text{links}}^{h,(i)} + [\underline{q} \mathbf{Sn}]_{\text{oben}}^{h,(j)} + [\underline{q} \mathbf{Sn}]_{\text{unten}}^{h,(j)}}{V_{i-1/2, j}^h}. \quad (53)$$

Es werden nun  $[\mathbf{Sn}]_{\text{rechts}}^{h,(i)}$  und  $[\mathbf{Sn}]_{\text{links}}^{h,(i)}$  einerseits und  $[\mathbf{Sn}]_{\text{oben}}^{h,(j)}$  und  $[\mathbf{Sn}]_{\text{unten}}^{h,(j)}$  andererseits in der folgenden Weise approximiert, womit die weitere Hilfszelle zu einem rechtwinkligen Quader – einem Rechteck im 2-dimensionalen – degeneriert,

$$S_{\text{rechts}}^{h,(i)} \approx S_{\text{links}}^{h,(i)} \approx \frac{1}{2} (S_{\text{rechts}}^{h,(i)} + S_{\text{links}}^{h,(i)}) = S^{h,(i)}, \quad (54)$$

$$S_{\text{oben}}^{h,(j)} \approx S_{\text{unten}}^{h,(j)} \approx \frac{1}{2} (S_{\text{oben}}^{h,(j)} + S_{\text{unten}}^{h,(j)}) = S^{h,(j)}, \quad (55)$$

was zu

$$\nabla \underline{q}_{i-1/2,j}^h \approx \frac{[\mathbf{Sn}]^{h,(i)} (\underline{q}_{\text{rechts}} - \underline{q}_{\text{links}}) + [\mathbf{Sn}]^{h,(j)} (\underline{q}_{\text{oben}} - \underline{q}_{\text{unten}})}{V_{i-1/2,j}^h} \quad (56)$$

führt, wobei die Richtungen von  $\mathbf{n}_{\text{links}}^{h,(i)}$  und  $\mathbf{n}_{\text{unten}}^{h,(j)}$  vor der Zusammenfassung zu mittleren Richtungsvektoren  $\mathbf{n}^{h,(i)}$  und  $\mathbf{n}^{h,(j)}$  umgedreht wurde. Für die  $\zeta$ -Koordinate erhält man damit, da die krummlinigen Koordinaten in der diskreten Approximation des Rechnetzes in die Indizes  $i$  und  $j$  übergehen,

$$\nabla \zeta_{i-1/2,j}^h \approx \frac{[\mathbf{Sn}]^{h,(i)} (i_{\text{rechts}} - i_{\text{links}}) + [\mathbf{Sn}]^{h,(j)} (i_{\text{oben}} - i_{\text{unten}})}{V_{i-1/2,j}^h} \quad (57)$$

$$= \frac{[\mathbf{Sn}]^{h,(i)} (i - (i-1)) + [\mathbf{Sn}]^{h,(j)} (i - \frac{1}{2} - (i - \frac{1}{2}))}{V_{i-1/2,j}^h} = \frac{[\mathbf{Sn}]^{h,(i)}}{V_{i-1/2,j}^h}. \quad (58)$$

In FLOWer wird

$$\left. \begin{aligned} S_{\text{rechts}}^{h,(i)} &= \frac{1}{2} (S_{i,j}^{(i)} + S_{i-1,j}^{(i)}), \\ S_{\text{links}}^{(i)} &= \frac{1}{2} (S_{i,j-1}^{(i)} + S_{i-1,j-1}^{(i)}), \\ V_{i-1/2,j}^h &= \frac{1}{2} (V_{i-1,j} + V_{i-1,j-1}) \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

gesetzt, was zu

$$\nabla \zeta_{i-1/2,j}^h = \frac{1}{2} \frac{[\mathbf{Sn}]_{i,j}^{(i)} + [\mathbf{Sn}]_{i-1,j}^{(i)} - [\mathbf{Sn}]_{i,j-1}^{(i)} - [\mathbf{Sn}]_{i-1,j-1}^{(i)}}{V_{i-1,j} + V_{i-1,j-1}} \quad (60)$$

führt. Der Zähler dieses Ausdrucks geteilt durch 4 stellt gleichzeitig den für die Codierung der Gleichungen notwendigen Zell-Seitenkantenvektor der eigentlichen Hilfszelle an der Position  $(i-1/2, j)$  dar.

Im weiteren werden für die primitiven Variablen  $T$ ,  $u$  und  $v$ , mit  $\underline{v}_p = [u, v]^T$  und  $\underline{w}_p = [T, \underline{v}_p^T]^T$ , deren Ableitung  $\frac{\partial \underline{w}_p}{\partial \underline{q}}$  in Form zentraler Finiter Differenzen z.B. an der Position  $(i-1/2, j)$  vermöge

$$\left. \frac{\partial \underline{w}_p}{\partial \zeta} \right|_{i-\frac{1}{2},j} \approx \frac{\underline{w}_{p\ i,j} - \underline{w}_{p\ i-1,j}}{\zeta_{i,j} - \zeta_{i-1,j}} = \frac{\underline{w}_{p\ i,j} - \underline{w}_{p\ i-1,j}}{i - (i-1)} = \underline{w}_{p\ i,j} - \underline{w}_{p\ i-1,j} = \Delta_{i-\frac{1}{2},j}^{vl(i)}(\underline{w}_p) \quad (61)$$

und

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \underline{w}_p}{\partial \eta} \right|_{i-\frac{1}{2},j} &\approx \frac{\underline{w}_{p\ i-1/2,j+1/2} - \underline{w}_{p\ i-1/2,j-1/2}}{\eta_{i-1/2,j+1/2} - \eta_{i-1/2,j-1/2}} \\ &= \frac{(\underline{w}_{p\ i,j+1} + \underline{w}_{p\ i-1,j+1}) - (\underline{w}_{p\ i,j-1} + \underline{w}_{p\ i-1,j-1})}{4} \end{aligned} \quad (62)$$

bestimmt und der Gradient basierend auf der *thin-layer-approximation*, bei der die Ableitung in j-Richtung bei Fortschritt in i-Richtung und die Ableitung in i-Richtung bei Fortschritt in j-Richtung vernachlässigt werden, aufgestellt, so daß

$$\nabla \underline{w}_{p\ i-1/2,j} = \Delta_{i-\frac{1}{2},j}^{vl(i)}(\underline{w}_p) \nabla \zeta_{i-1/2,j}^h \quad (63)$$

bzw.

$$[\nabla] \underline{w}_{p\ i-1/2,j} = \Delta_{i-\frac{1}{2},j}^{vl(i)}(\underline{w}_p) [\nabla \zeta_{i-1/2,j}^h] \quad (64)$$

und für z.B. den Punkt  $(i, j-1/2)$

$$[\nabla] \underline{w}_{p\ i,j-1/2} = \Delta_{i,j-\frac{1}{2}}^{vl(j)}(\underline{w}_p) [\nabla \zeta_{i,j-1/2}^h]. \quad (65)$$

### 2.4.3 Reibungsspannungen und Mittelwerte an Zell-Seitenkanten

Es werden nun der Matrix-Anteil der Reibungsspannungen  $\tilde{\underline{\underline{S}}}|_{i-\frac{1}{2},j} = \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{xx} & \tilde{\tau}_{xy} \\ \tilde{\tau}_{xy} & \tilde{\sigma}_{yy} \end{bmatrix}|_{i-\frac{1}{2},j}$  durch

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_{xx}|_{i-\frac{1}{2},j} &= \frac{2}{3} \left( \frac{\partial v}{\partial y} - 2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \Big|_{i-\frac{1}{2},j}, \\ \tilde{\sigma}_{yy}|_{i-\frac{1}{2},j} &= \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Big|_{i-\frac{1}{2},j}, \\ \tilde{\tau}_{xy}|_{i-\frac{1}{2},j} &= - \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \Big|_{i-\frac{1}{2},j}, \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

festgelegt und die Mittelwerte der primitiven Variablen  $\underline{w}_p$  auf der momentan in Betracht befindlichen Zell-Seitenkante der eigentlichen Hilfszelle, die sich um den Netzknoten  $(i, j)$  herum befindet, durch

$$\bar{\underline{w}}_{p\ i-\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2} (\underline{w}_{p\ i,j} + \underline{w}_{p\ i-1,j}) \quad (67)$$

und für z.B. den Punkt  $(i, j-1/2)$  durch

$$\overline{w}_{p,i,j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left( \overline{w}_{p,i,j} + \overline{w}_{p,i,j-1} \right) \quad (68)$$

berechnet. Für die Viskosität  $\overline{\mu}_{i-\frac{1}{2},j}$  erhält unter Verwendung des Sutherland-Gesetzes

$$\overline{\mu}_{i-\frac{1}{2},j} = \mu \left( \overline{T}_{i-\frac{1}{2},j} \right), \quad (69)$$

für die Wirbelviskosität  $\overline{\mu}_{t,i-\frac{1}{2},j}$  wie oben

$$\overline{\mu}_{t,i-\frac{1}{2},j} = \frac{1}{2} \left( \mu_{t,i,j} + \mu_{t,i-1,j} \right) \quad (70)$$

und für den Oberflächenvektor auf der Zell-Seitenkante der eigentlichen Hilfszelle an der Position  $(i-1/2, j)$

$$[\overline{\mathbf{S}\mathbf{n}}]_{i-\frac{1}{2},j}^{(i)} = \frac{[\mathbf{S}\mathbf{n}]_{i,j}^{(i)} + [\mathbf{S}\mathbf{n}]_{i-1,j}^{(i)} - [\mathbf{S}\mathbf{n}]_{i,j-1}^{(i)} - [\mathbf{S}\mathbf{n}]_{i-1,j-1}^{(i)}}{4}. \quad (71)$$

#### 2.4.4 Spannungen und Spannungs- und Wärmeleistung

Es wird damit zunächst das Koeffiziententupel eines Reibspannungsvektors auf der betrachteten Zell-Seitenkante berechnet,

$$\underline{s}_{i-\frac{1}{2},j} = (\overline{\mu} + \overline{\mu}_t)_{i-\frac{1}{2},j} \underline{\tilde{\mathbf{S}}} \Big|_{i-\frac{1}{2},j} [\overline{\mathbf{S}\mathbf{n}}]_{i-\frac{1}{2},j}^{(i)}, \quad (72)$$

und schließlich die auf der betrachteten Zell-Seitenkante anfallende Spannungs- und Wärmeleistung,

$$\underline{L}_{i-\frac{1}{2},j} = \left( \underline{s}^T \underline{\overline{v}}_p \right)_{i-\frac{1}{2},j} - \frac{\kappa}{\kappa-1} \left( \frac{\overline{\mu}}{0.72} + \frac{\overline{\mu}_t}{0.9} \right)_{i-\frac{1}{2},j} \underline{\nabla \Gamma}^T_{i-\frac{1}{2},j} [\overline{\mathbf{S}\mathbf{n}}]_{i-\frac{1}{2},j}^{(i)} \quad (73)$$

die in der folgenden Form den viskosen Fluß  $\underline{V}_{i-\frac{1}{2},j}$  durch die betrachtete Zell-Seitenkante der eigentlichen Hilfszelle an der Position  $(i-1/2, j)$  bilden,

$$\underline{V}_{i-\frac{1}{2},j} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{s} \\ \underline{L} \end{bmatrix}_{i-\frac{1}{2},j}. \quad (74)$$

#### 2.4.5 Viskoses Residuum

Das Residuum für den viskosen Anteil des Flußdichtevektortupels am Netzpunkt  $(i, j)$  wird schließlich durch

$$\underline{\tilde{R}}_{i,j}^v = \underline{V}_{i-\frac{1}{2},j} + \underline{V}_{i+\frac{1}{2},j} + \underline{V}_{i,j-\frac{1}{2}} + \underline{V}_{i,j+\frac{1}{2}} \quad (75)$$

zusammengesetzt, und der eigentlichen Hilfszelle wird ebenfalls das Volumen  $\overline{V}_{i,j}$  zugeordnet. Es gilt im weiteren  $\underline{R}_{i,j}^v = -\underline{\tilde{R}}_{i,j}^v$ .

### 3 Zeitintegration

#### 3.1 Aktualisierung der konservativen Variablen

Im Rahmen der Berechnung stationärer Strömungsprobleme wird in FLOWer ein 5-stufiges Runge-Kutta Zeitintegrations-Schema unter Berücksichtigung lokaler Zeitschritte angewendet, bei dem zunächst folgende prinzipielle Behandlung der Bilanzgleichungen für den Zeitschritt (n+1) angegeben werden kann,

$$\underline{w}_{i,j}^{(n+1)} = \underline{w}_{i,j}^{(n)} - \Delta t_{i,j}^{(n)} \frac{\underline{R}_{i,j}^{k(n)} - \underline{R}_{i,j}^{v(n)} - \underline{D}_{i,j}^{(n)}}{\bar{V}_{i,j}}, \quad i = 1, 2, \dots, N_i, \quad j = 1, 2, \dots, N_j, \quad (76)$$

dessen Stufenstruktur jedoch zur Abfolge

$$\begin{aligned} \underline{w}_{i,j}^{(0)} &= \underline{w}_{i,j}^{(n)} \\ \underline{w}_{i,j}^{(s)} &= \underline{w}_{i,j}^{(0)} - \alpha_s \Delta t_{i,j} \frac{\underline{R}_{i,j}^{k(s-1)} - \underline{R}_{i,j}^{v(s-1)} - \underline{D}_{i,j}^{(s-1)}}{\bar{V}_{i,j}}, \quad s=1,2,\dots,p \\ \underline{w}_{i,j}^{(n+1)} &= \underline{w}_{i,j}^{(p)} \end{aligned} \quad (77)$$

mit  $p = 5$  und den Stufenkoeffizienten  $\alpha_1 = \frac{1}{4}$ ,  $\alpha_2 = \frac{1}{6}$ ,  $\alpha_3 = \frac{3}{8}$ ,  $\alpha_4 = \frac{1}{2}$ ,  $\alpha_5 = 1$  führt, für die darüber hinaus die Gewichtungskoeffizienten  $\beta_1 = 1$ ,  $\beta_2 = 1$ ,  $\beta_3 = 0.56$ ,  $\beta_4 = 1$ ,  $\beta_5 = 0.44$  definiert werden. Mit ihnen werden während der stufenweisen Integration innerhalb eines Zeitschritts der viskose und der künstlich dissipative Anteil des Residuums folgendermaßen gewichtet,

$$\underline{w}_{i,j}^{(s)} = \underline{w}_{i,j}^{(0)} - \alpha_s \Delta t_{i,j} \left( \frac{\underline{R}_{i,j}^{k(s-1)}}{\bar{V}_{i,j}} - \sum_{v=1}^s \left( \beta_v \frac{\underline{R}_{i,j}^{v(v-1)} + \underline{D}_{i,j}^{(v-1)}}{\bar{V}_{i,j}} - (1-\beta_v) \frac{\underline{R}_{i,j}^{v(v-2)} + \underline{D}_{i,j}^{(v-2)}}{\bar{V}_{i,j}} \right) \right), \quad (78)$$

mit  $s=1,2,\dots,p$ ,  $p = 5$ .

Der lokale Zeitschritt  $\Delta t_{i,j}$  ist im wesentlichen durch

$$\Delta t_{i,j} = \frac{\text{CFL}}{\bar{\lambda}_{i,j}^{(i)} + \bar{\lambda}_{i,j}^{(j)} + \frac{\lambda_{i,j}^v}{\bar{V}_{i,j}}} \quad (79)$$

festgelegt, wobei  $\bar{\lambda}_{i,j}^{(i)}$  und  $\bar{\lambda}_{i,j}^{(j)}$  den Einfluß der Konvektion und  $\lambda_{i,j}^v$  den Einfluß der Diffusion auf den Zeitschritt beinhalten und die CFL-Zahl der Steuerparameter für den Code-Anwender zur Anpassung des Zeitschritts ist.

Zur Erhöhung der Stabilität des Rechenverfahrens werden schließlich die dissipativen Anteile des Residuums i.a. nur auf bestimmten Stufen eines Runge-Kutta-Schritts ausgewertet,

$$\begin{aligned} \underline{w}_{i,j}^{(s)} &= \underline{w}_{i,j}^{(0)} - \\ &- \alpha_s \Delta t_{i,j} \left( \frac{\underline{R}_{i,j}^{k(s-1)}}{\bar{V}_{i,j}} - \sum_{v=1}^s \left( \beta_v \frac{f_v^v \underline{R}_{i,j}^{v(v-1)} + f_v^d \underline{D}_{i,j}^{(v-1)}}{\bar{V}_{i,j}} - (1-\beta_v) \frac{f_{v-1}^v \underline{R}_{i,j}^{v(v-2)} + f_{v-1}^d \underline{D}_{i,j}^{(v-2)}}{\bar{V}_{i,j}} \right) \right) \end{aligned} \quad (80)$$

mit  $s=1,2,\dots,p$ ,  $p = 5$ , wobei  $f_1^d = 1$ ,  $f_2^d = 0$ ,  $f_3^d = 1$ ,  $f_4^d = 0$ ,  $f_5^d = 1$  und für die  $f_s^v$ ,  $s=1,2,\dots,p$ ,  $p = 5$ , die Möglichkeiten  $f_1^v = 1$  und  $f_s^v = 0$  für  $s=2,3,\dots,p$  oder  $f_s^v = f_s^d$  für  $s=1,2,\dots,p$  oder  $f_s^v = 1$  für  $s=1,2,\dots,p$  vorgesehen sind. Die erste Möglichkeit ist die Default-Einstellung.

## Literatur

- [1] DLR, Abt. AS: „FLOWer Installation and User Handbook”, Release 116, DLR Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik, 04.05.2000
- [2] Baldwin, B., Lomax, H.: ”Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows”, AIAA-Paper 78-0257, 1978
- [3] Wilcox, D.C.: ”Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models”, AIAA-Journal, Vol. 26, pp. 1299-1310, November 1988
- [4] Spalart, P.R., Allmaras, S.R.: ”A one-equation turbulence model for aerodynamic flows”, AIAA-Paper 92-439, Reno, NV, Januar 1992
- [5] Radespiel, R., Turkel, E., Kroll, N.: ”Assessment of Preconditioning Methods”, DLR – Forschungsbericht 95-29, 1995
- [6] Schlichting, H., Truckenbrodt, E.: „Aerodynamik des Flugzeuges“, 1. Band, 2. Auflage, 1967
- [7] Anderson, John D.: „Introduction to Flight“, 4. Auflage, McGraw Hill Higher Education, 01.09. 1999
- [8] Anderson, John D.: „Computational Fluid Dynamics The Basics with Applications“, 2.Auflage, McGraw Hill Higher Education, 1995
- [9] Rosswog, Stephan; Wagner, Peter: „Towards a Macroscopic Modelling of the Complexity in Traffic Flow“, DLR, Köln-Porz, 07.08.2001



**IB 124-2002/09**

**Numerische Untersuchung zweidimensionaler,  
laminar-turbulenter Profilumströmungen und der  
Auswirkung der Transition auf integrale Kraftbeiwerte**

**Katrin Opitz**

**Verteiler:**

Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik	1 Exemplar
Prof. Dr.-Ing. H. KÖRNER	1 Exemplar
Dr.-Ing. G. REDEKER	1 Exemplar
Dr.-Ing. K. H. HORSTMANN	1 Exemplar
Prof. Dr.-Ing. C.-C. ROSSOW	1 Exemplar
Dr.-Ing. N. KROLL	1 Exemplar
Verfasser	1 Exemplar
Bibliothek BS	1 Exemplar
Reserve	<u>5 Exemplare</u>
	13 Exemplare